

Teorias com abordagens semióticas: possibilidade de um diálogo interteórico

Theories with semiotic approaches: possibility of an intertheoretical dialogue

Renata Aparecida de Faria ¹

Resumo

As teorias apresentadas nesse texto possuem abordagem semiótica, mas enfoques distintos: a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), desenvolvida por Raymond Duval, apresenta um enfoque cognitivo em que os registros de representações são inerentes ao processo de ensino e aprendizagem de matemática e possibilitam a análise das atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão. O enfoque sócio cultural que delimita os pressupostos da Teoria da Objetivação (TO), teoria em desenvolvimento proposta por Luis Radford considera o Labor Comum como fundamental aos processos de objetivação e subjetivação, ancorados pelos meios semióticos de objetivação. Desse modo, indicamos as especificidades quanto aos princípios, metodologia e questões investigativas de cada teoria seguida de resoluções de uma situação do contexto da Early Algebra, com estudantes dos 6^o ano de uma escola da rede pública do norte do Paraná, como ilustração para análise sob as lentes do referencial da TO e da TRRS. A possibilidade de um diálogo interteórico surge das especificidades e inferências da análise quantos aos elementos de cada teoria, onde se conclui que mesmo com aspectos ontológicos e epistemológicos distintos, ambas as teorias emergem de modo síncrono.

Palavras chave: Early Algebra; Semiótica; Teoria da Objetivação; Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Abstract

The theories presented in this text have a semiotic approach, but different focuses: the Theory of Semiotic Representation Records (TRRS), developed by Raymond Duval, presents a cognitive approach in which representation records are inherent to the process of teaching and learning mathematics and enable the analysis of cognitive, treatment and conversion activities. The socio-cultural approach that delimits the assumptions of the Theory of Objectification (TO), a theory in development proposed by Luis Radford, considers Common Labor as fundamental to the processes of objectification and subjectification, anchored by semiotic means of objectification. In this way, we indicate the specificities regarding the principles, methodology and investigative questions of each theory followed by resolutions of a situation in the context of Early Algebra, with 6th year students from a public school in the north of Paraná, as an illustration for analysis under the lenses of the TO and TRRS framework. The possibility of an intertheoretical dialogue arises from the specificities and inferences of the analysis regarding the elements of each theory, where it is concluded that even with distinct ontological and epistemological aspects, both theories emerge synchronously.

¹Secretaria Estadual de Educação do Paraná | renata.faria73@hotmail.com

Keywords: Early Algebra; Semiotics; Objectification Theory; Theory of Semiotic Representation Registers.

Introdução

No âmbito da Educação Matemática a discussão a respeito das teorias presentes nos trabalhos de Prediger et al (2008), Bikner-Ahsbahset al (2010), Drijvers et al (2013) indica a diversidade de construtos teóricos e a complexidade de um tema de pesquisa a partir de diálogos, reflexões, revisões e até mesmo inconclusões. De acordo com Arzarello (2009), uma teoria é uma ferramenta de análise, e em processo de evolução contínuos.

Cada teoria da Educação Matemática possui suas concepções de ensino e aprendizagem distintas em que “não diferem apenas na forma como conceituam e questionam atividades matemáticas e processos educacionais e o tipo de resultados que podem fornecer, mas também em seus escopos e origens” (PREDIGER et al, 2008).

As distinções entre as teorias podem ser frutíferas no sentido em que exigem um aprofundamento dos conceitos e “forçam os pesquisadores a serem mais explícitos sobre os pressupostos centrais, o que está implícito em cada teoria, seus valores, pontos fortes e fracos” (PREDIGER, BIKNER- AHSBAHS and ARZARELLO, 2008, p.14).

A utilização de estratégia em rede – *networking* – possibilita realizar essas distinções ao permitir investigar, por exemplo, um mesmo objeto de pesquisa sob as lentes de duas ou mais teorias; dois objetos de pesquisa diferentes em um mesmo viés teórico ou teorias com abordagens similares, porém com questões de pesquisa distintas e análises paralelas em diferentes níveis de ensino.

Um aspecto essencial da estratégia em rede é o aprofundamento dos pressupostos de cada teoria, permitindo ao mesmo tempo uma visão macro e /ou micro de um fenômeno educativo.

Corroborando essa ideia de diversas teorias dialogarem a respeito de um mesmo fenômeno, Sabena et al. ponderam que “a experiência do trabalho em rede nos ensina que o que você espera à primeira vista parece irreconciliável, pode esconder pontos de complementaridade, se não contato.” (SABENA, KRAUSE, MAFFIA, 2016, p.74).

Mas, como escolher dentre várias teorias para a fundamentação desse trabalho?

A resposta dessa indagação começou a se delinear, a partir da definição do termo **abordagem**: visão de um assunto; ponto de vista sobre uma questão; maneira ou método de enfocar ou interpretar algo.

A abordagem semiótica é a premissa dessa investigação e para fundamentar esse trabalho optamos por duas teorias que se constituem sob bases semióticas. A Semiótica é denominada a ciência dos signos, e desponta em investigações na Educação Matemática nos anos 1990, enquanto abordagem de diferentes teorias relacionadas ao ensino e aprendizagem de Matemática

Dentre as teorias da Educação Matemática fundamentadas em abordagens semióticas destacam-se as investigações em Didática da Matemática de Bruno D’Amore; a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval; os Enfoques Ontosemiótico de Juan D. Godino; o *Semiotics Bundle* de Ferdinando Arzarello e a Teoria da Objetivação de Luís Radford são exemplos da diversidade de referenciais.

A pertinência das pesquisas que relacionam aspectos semióticos aos processos de ensino e aprendizagem de matemática é que “toda investigação em Didática da Matemática tem

que ser cognitiva e social, individual e coletiva, antropológica e cultural; mas, de agora em diante, terá que ser também semiótica” (URIBE apud D’AMORE, 2015, p.20).

Segundo Radford (2013, p.19) uma abordagem semiótica da educação está “ligada à maneira pela qual seus pressupostos epistemológicos e ontológicos são expressos e até transformados por conceitos e construções semióticas”.

O intuito aqui não é esgotar o tema Semiótica, e sim destacar a presença da mesma no contexto educativo, especificamente nas aulas de Matemática.

Segundo Morey (2020, p.43) nem mesmo em Cursos de Licenciatura e/ou Pós-Graduação em Ciências Naturais e Matemática raramente têm contato com estudos sobre semiótica.

A relevância dessas teorias com abordagens semióticas em relação a outras teorias do campo da Educação Matemática, reside no fato de que diferente de outras áreas do conhecimento, o objeto matemático não pode ser apreendido diretamente pelos sentidos (GODINO, 2018, p.7).

Essa distinção ontológica é o que dá origem ao paradoxo cognitivo preconizado por Raymond Duval, em que a *noésis* (apreensão conceitual) é indissociável da *semiósisis* (produção de representações). Desse modo, o ensino e aprendizagem de matemática requerem

o uso de signos, como símbolos e diagramas, para sua comunicação e aprendizado. Consequentemente, a semiótica, como estudo ou doutrina dos signos, ou seja, a investigação sistemática da natureza, propriedades e tipos de signos, vem recebendo grande atenção na pesquisa em Educação Matemática (GODINO, 2018, p.7).

A presença inerente da semiótica na vida cotidiana e conseqüentemente nos cenários de sala de aula é tema de investigações das teorias supracitadas. Radford & Sabena (2015) destacam que “uma simples olhada na sala de aula de matemática pode nos mostrar a variedade de signos e artefatos que circulam durante a atividade de ensino e aprendizagem”.

Pesquisadores da Educação Matemática como Otte e Vergel destacam que pensar semioticamente é “reconhecer que todo conhecimento é dinâmico e construído por meio de signos”. (Otte et al. 2019, p.42). Dessa maneira, a semiótica permite refletir sobre a matemática enquanto construção histórica e social. Vergel (2018, p.55) assinala que os signos nos permitem refletir sobre o mundo

(...) para considerar a semiótica não apenas em seu papel de representar objetos matemáticos, pois a atividade matemática está ancorada nos complexos simbólicos da cultura em que se desenvolve.

A Semiótica não pode ser simplesmente justaposta a teorias educacionais, mas pode ajudar a enriquecê-las. Uma abordagem educacional derivada da semiótica conforme nos alerta Radford “não pode consistir simplesmente no amálgama de uma teoria semiótica e outra educacional” (RADFORD, 2013, p.200).

Escolhemos entre duas teorias da Educação Matemática caracterizadas pelo viés semiótico que baseiam seus princípios ontológicos e epistemológicos em enfoques distintos: a Teoria da Objetivação apresenta um enfoque sociocultural, enquanto a Teoria dos Registros de Representação Semióticas um enfoque cognitivo.

A Teoria da Objetivação (TO) proposta por Luís Radford apresenta em seus princípios um enfoque sociocultural. Nesse referencial teórico, a mobilização dos meios semióticos é fundamental para os processos de objetivação – atualização do saber- e subjetivação- formas

de colaboração humana-, o que resulta na aprendizagem. Esses processos são simultâneos e indissociáveis.

A Teoria dos Registros de Representação Semióticas (TRRS) de Raymond Duval possui enfoque cognitivo, situando os registros de representação enquanto ferramentas para apreensão conceitual e modos de representar um objeto matemático. Segundo Duval (2011, p.73) o conhecimento matemático não começa com as representações semióticas dos “conceitos” ou dos objetos, mas com suas transformações.

Para indicar como investigações com perspectivas semióticas no ambiente da Educação Científica e Matemática são emergentes, destacamos as pesquisas indicadas no livro Teoria da Objetivação: Fundamentos e Aplicações para o Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática Gobara e Radford (2020) e um *e-book* com uma compilação dos pesquisadores Moretti e Brandt (2020) a respeito da TRRS.

No livro organizado por Radford e Gobara, os aspectos teóricos, metodológicos e epistemológicos da Teoria da Objetivação constituem o foco investigativo. A obra se divide em 3 (três) seções: Aportes teóricos, Aplicações para o ensino de Ciências e Matemática: *Aprendizagem* e Aplicações para o ensino de Ciências e Matemática: *Formação de professores*, o que demonstra a abrangência da Teoria da Objetivação em diferentes níveis de ensino, temáticas e considerações a respeito da perspectiva semiótica no ensino e aprendizagem de Ciências, Geografia e Matemática.

Da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, o *e-book* compreende pesquisas realizadas em diferentes níveis de ensino no período de quinze (15) anos sob o referencial da TRRS. A abrangência das investigações contempla temas referentes a conteúdos matemáticos, prática docente, formação inicial e continuada, metodologias de ensino, tecnologias no ensino de matemática, processos de ensino e aprendizagem e modelagem matemática.

A partir das informações a respeito das pesquisas recentes com embasamento teórico da TO e da TRRS, recorreremos à estratégia de rede da comparação entre as teorias, para delimitação de suas especificidades e melhor comunicação interteórica.

Em seguida apresentamos o recorte de uma pesquisa de doutorado em andamento, com a análise sob o viés da TO e TRRS de uma situação do contexto da *Early Algebra* denominada “Quantos telefonemas”? com estudantes do 6^o ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental, como ilustração para a possibilidade de um diálogo interteórico e por fim as considerações finais.

Especificidades da Teoria da Objetivação e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

A abordagem semiótica na qual se fundamenta a Teoria da Objetivação e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, *a priori* não indica uma aproximação, mas sim a base na qual se assenta cada teoria. Diferenciar cada teoria se torna essencial, pois traz à tona as especificidades de cada uma. De acordo com Gomes (2016, p.34) optar em escolher mais de uma teoria em Educação Matemática permite verificar “como as teorias fornecem ferramentas para investigar, analisar, compreender, descrever e até mesmo explicar ou prever fenômenos na Educação Matemática”.

A distinção entre as teorias - TO e TRRS -, não tem como objetivo validar uma teoria em prol da outra. Concordamos que apresentar os princípios ontológicos e metodológicos, além das questões que orientam cada teoria, longe de serem redundantes, auxilia na verificação e refinamento investigativo dos elementos de cada teoria na situação “Quantos telefonemas”?

Drijvers et al (2013, p.24) ressalta que “é interessante comparar resultados de análises de um mesmo fenômeno sob a ótica de diferentes abordagens e investigar se elas levam a achados complementares ou mesmo conflitantes”. Destacamos também, uma consideração fundamental de Bikner-Ahsbahs et al (2010, p.168) “o encontro de abordagens teóricas não prossegue sem dificuldade”.

O alicerce tanto para a Teoria da Objetivação, quanto da Teoria dos Registros de Representação Semiótica é a abordagem semiótica. Porém, a noção de signo de cada uma se diferencia de maneira sutil.

Na TRRS, a mobilização dos signos é explícita ao recorrer aos registros. Os signos desempenham a função de comunicação e expressão dotando de significados os objetos do saber (objetos matemáticos). São considerados em termos de registros de representação – aritmético, algébrico, gráfico-, e são de uso explícito no ensino e aprendizagem de matemática. Desse modo, “os signos preenchem uma função cognitiva para produzir novas informações ou para estabelecer novos conhecimentos”. (DUVAL, 2011, p. 26)

Na TO, a noção de signo é mais implícita, permeada pelas relações dialéticas das formas de produção do saber e de colaboração humana. Para a TO a mobilização de diferentes signos é um processo tênue. Os signos

“participam de todo o processo de ensino e aprendizagem: no processo de refinamento das forças de pensar e agir que levam à constituição do saber; labor comum que conduz à materialização do saber em conhecimento, no esforço para objetivar as formas culturais de pensamento e ação; nos processos de objetivação e subjetivação”. (MOREY, 2020, p.67)

De acordo com a TRRS, um gesto indicativo “no ar” de uma reta - em uma situação que contemple o objeto matemático Função Polinomial do 1º Grau-, é irrelevante, enquanto que para a TO, o gesto é um meio semiótico de objetivação, ou seja, da materialização do saber em conhecimento desse objeto matemático.

Ao investigarmos uma situação sob lentes teóricas distintas - e a maneira como os elementos das teorias emergem -, fez-se necessário a indicação de especificidades para um “refinamento” na análise e para fornecer uma base de comunicação interteórica (ARZARELLO et al. 2009).

Diante do exposto, compilamos no Quadro 01 as indicações dos princípios ontológicos e epistemológicos, metodologia e questões paradigmáticas da Teoria da Objetivação e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Quadro 01 - Especificações de cada Teoria

	Teoria da Objetivação	Teoria dos Registros de Representação Semiótica
	A Teoria da Objetivação pressupõe que o conhecimento é uma construção humana que deriva das relações dialéticas legitimadas	O denominado Paradoxo Cognitivo emerge como inevitável devido à ubiquidade dos signos na matemática, (MOREY, 2020, p.45). Por conta da

Princípios	<p>de maneiras sociais, histórica e culturalmente constituídas.</p> <p>O processo de objetivação está intrinsecamente relacionado ao processo de subjetivação.</p> <p>As subjetividades coproduzem-se não na contemplação, mas nas formas de colaboração humana, permeada pelos vetores da ética comunitária: compromisso, cuidado e responsabilidade.</p>	<p>característica epistemológica fundamental da Matemática- o modo de acesso aos objetos do conhecimento-, dois requisitos fundamentais e opostos decorrem desse modo de acesso: para realizar qualquer atividade matemática, as representações semióticas são imprescindíveis e, no entanto os objetos matemáticos não devem ser confundidos com as representações semióticas.</p> <p>Desse modo, a <i>noésis</i> (apreensão conceitual) é inseparável da <i>semiósis</i> (representações).</p>
Metodologia	<p>Do ponto de vista metodológico, a TO afirma que a atividade não é uma entidade homogênea. Para a TO não é simplesmente estar em pequenos grupos que potencializa as formas de colaboração humana e produção de subjetividades.</p> <p>Faz-se necessário, o Labor Comum permeado pelas vertentes da ética comunitária proposto por Radford: a responsabilidade, o compromisso e o cuidado com o Outro. Não é a atividade de um aluno isolado ou a atividade de um professor isolado, mas um fenômeno individual-social que se move em direção a um objeto (o objeto da atividade), mesmo que tal objeto não apareça para cada aluno com a mesma clareza e a mesma compreensão. O objeto da atividade é multifacetado e sempre mudando na consciência de cada aluno. (Radford, 2015).</p> <p>A estrutura objeto – objetivo - tarefa é, portanto, uma parte central do design da sala de aula, visto que a cada produção de saberes, as formas de colaboração humana ocorrem de modo indissociável.</p>	<p>De acordo com Duval a análise cognitiva (...) “apresenta duas vantagens metodológicas. Ela permite analisar com precisão não apenas tudo o que um aluno faz, diz, ou tenta, mas igualmente tudo o que ele não faz, ou o que ele não observa mesmo no que ele faz.</p> <p>Ela permite, em seguida, comparar as produções de um mesmo aluno em problemas que mobilizam conhecimentos matemáticos muito diferentes”. (DUVAL, 2011, p.149)</p> <p>Segundo os pressupostos da TRRS, que o professor deve ter consciência da face oculta da Matemática, o reconhecimento imediato de um mesmo objeto matemático em duas representações semióticas bem diferente; e a conscientização da maneira específica que cada registro pode se transformar em novas representações, as representações semióticas produzidas.</p> <p>Desse modo, é preciso organizar o ensino de matemática privilegiando a face oculta e propiciando aos estudantes os meios para uma autonomia intelectual total. (DUVAL, 2016, p, 35)</p>

Questões	De que maneira os estudantes tomam consciência do conhecimento constituído, a partir dos sistemas semióticos de significação cultural? Quais os meios semióticos que permitem a materialização do saber (potencial) em conhecimento? Como a ética comunitária se manifesta no contexto da sala de aula? Quais implicações da ética comunitária nos processos de objetivação e subjetivação?	Como a análise cognitiva da produção dos estudantes auxilia no entendimento das dificuldades de aprendizagem em matemática? Qual a importância da utilização de diferentes registros de representação semiótica, no ensino e aprendizagem de matemática? Como estimular a coordenação entre os registros de representação semiótica, em situações de ensino? Por que o ensino monorregistro pode dificultar a aprendizagem de Matemática?
----------	---	--

Fonte: a Autora

Enquanto a Teoria da Objetivação é considerada uma teoria com abordagem semiótica /social, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica se pauta em uma abordagem semiótica /cognitiva. Retomando a noção de semiótica - enquanto ciência que trata dos processos de significação -, a priori, a ideia de signo para a TO tem a função de objetivação, e para a TRRS a função de comunicação.

A partir das distinções presentes no Quadro 01, podemos perceber como os elementos de cada teoria possuem características próprias, evidenciando os aspectos sociais e cognitivos pertencentes a cada uma.

Ressaltamos que somente uma justaposição entre duas perspectivas teóricas não é suficiente para "vir" à tona as potencialidades de cada abordagem. Ao verificarmos as distinções, reafirmamos que (...) a diferenciação auxilia a tomar consciência das suposições das próprias teorias Bikner-Ahsbahs et al (2010, p.167) e dessa maneira, a compreensão de cada teoria em seus aspectos epistemológicos e ontológicos foi mais abrangente.

Ilustração da situação "Quantos telefonemas"? e Análise sob as lentes teóricas da TO e da TRRS

Apresentamos um recorte de pesquisa de doutorado cujo objetivo foi investigar como os elementos da TO e TRRS emergem em uma situação do contexto da *Early Algebra* denominada "Quantos telefonemas"? A característica do Pensamento Algébrico é a covariação entre as variáveis - quantidade de pessoas e telefonemas.

Quadro 02 - Situação proposta "Quantos telefonemas"?

Considere que 5 amigos desejam ligar uns para os outros para desejar Feliz Ano Novo. Quantas ligações podem ser feitas?

Fonte: Adaptado Canavarro, 2007

A pesquisa de cunho qualitativo e descritiva, se desenvolveu com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública localizada no norte do Paraná, dos quais foram divididos em 8 grupos (G1, G2, G3, ..., G8). A coleta de informações ocorreu no pátio da escola, na segunda quinzena de novembro de 2019, durante 3 aulas de 50 minutos.

Em seguida, temos a descrição da situação proposta, as interações do grupo denominado G3 - constituído pelos estudantes Pi e Fa e as estudantes I e R.

O grupo G3 com suas ideias dos desenhos na cartolina e fichas (Figura 01), além da representação imagética - desenho com linhas coloridas indicativas da quantidade de telefonemas (Figura 02) determinaram a quantidade correta de telefonemas para (cinco) 5 pessoas.

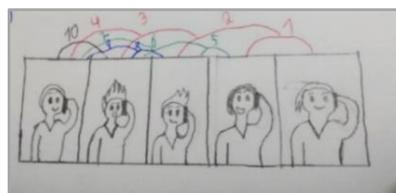
Porém, em certo momento da resolução da proposta, os estudantes entraram em conflito em relação à representação da situação "Quantos telefonemas"? na cartolina e utilização das fichas, conforme será analisado a seguir.

Figura 01 - Fichas de cartolina



Protocolo G3

Figura 02 - Representação Imagética



Protocolo G3

Indicativos quanto aos aspectos da Teoria da Objetivação

A estudante R diz que as fichas seriam desnecessárias, e desse modo, o estudante Fa deixa a lapiseira, em uma postura de indiferença ao que havia sido realizado coletivamente até aquele momento. A pesquisadora percebe a postura assertiva da estudante R e a reatividade do estudante Fa, mas não interfere, apenas sugere que poderiam utilizar as fichas e cartolina de algum outro modo.

A estudante R ao perceber que fazer as fichas e desenhar os retângulos na cartolina seria desnecessário, age com seriedade e compromisso que segundo Radford (2017) se caracteriza como o esforço para a realização coletiva da situação. Inferimos que nesse caso, o compromisso da estudante R e sua forma de colaboração humana incidem em uma atitude prática, mesmo que essa postura tenha provocado desconforto em outros integrantes do grupo.

Após esse episódio o grupo G3 implicitamente se dividiu em 2 (dois) subgrupos: das estudantes I e R e dos estudantes Pi e Fa. Quando a pesquisadora retorna, e pergunta como o grupo reconsiderou a utilização das fichas e cartolina, as estudantes já estão se encaminhando à sala de aula. O estudante Pi indica as estudantes e diz de modo irritado (...) *elas, não ajudaram no desenho!!! Só ficaram conversando...*

Recordamos que a percepção da estudante I na relação quantidade de telefonemas e pessoas, estava correta e que a aluna na aula anterior, questionou com clareza a respeito da quantidade de ligações indicadas por outro grupo.

A postura da estudante longe de ser considerada dispersa ou indiferente quanto aos outros estudantes do grupo -Pi e Fa-, indica que as subjetividades são constantes e singulares, pois um mesmo indivíduo pode agir de acordo com vetor (es) da ética comunitária, e em outros momentos se posicionar de maneira diferente, inclusive pode optar por não se posicionar.

A frustração do estudante Pi com as atitudes das estudantes I e R, é compartilhada pelo estudante Fa -quando coloca a lapiseira de lado, decidindo não desenhar mais. Isso demonstra as particularidades no processo de subjetivação com estudantes que inicialmente

se dispuseram a pensar, criar, a estar juntos por escolha própria, e que no desenrolar da proposta o esforço coletivo gerou conflitos.

Mesmo com as tensões, o compromisso dos estudantes Pi e Fa com a situação proposta, e com eles mesmos, evidenciado pelo gesto de vai-e-vem do estudante Pi ao mostrar o desenho elaborado com 5 (cinco) pessoas e linhas coloridas para a o total de ligações.

Todos os integrantes do grupo G3 dão mostras de reconhecimento do saber potencial – a covariação entre a quantidade de pessoas e telefonemas-, ao indicarem a quantidade de 10 telefonemas. A associação entre Saber e Conhecimento presente nos processos de objetivação, durante o labor comum, apresentaram tensões e controvérsias. O conflito instalado a partir das fichas de cartolina, não interferiu na percepção do saber.

Indicativos quanto aos aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

A questão epistemológica no ensino e aprendizagem de Matemática para Duval é o modo de acesso aos objetos matemáticos. Por exemplo, se o estudante ao realizar a conversão de representações entre diversos registros e não reconhecer o mesmo objeto matemático em cada registro, ou confundir o objeto com sua representação, poderá evidenciar o paradoxo cognitivo.

(...) Por um lado, o aprendizado de objetos matemáticos só pode ser um aprendizado conceitual e, por outro, é somente através de representações semióticas que uma atividade sobre objetos matemáticos é possível. Este paradoxo pode constituir um verdadeiro ciclo vicioso de aprendizagem. (DUVAL apud D'AMORE et al 2015, p.180)

A atividade matemática com sua especificidade requer do professor, segundo Iori (2015) uma gestão semiótica sobre a construção cognitiva dos objetos matemáticos presentes no ensino e aprendizagem em Matemática.

Desse modo, ficamos atentas a essa questão epistemológica ao indicar aos estudantes que os registros de representação- oral e imagético- se referiam ao mesmo objeto matemático na proposta "Quantos telefonemas?".

Essa indicação não ocorreu de maneira "formal", ou seja, não nomeávamos os tipos de registros, porém chamávamos a atenção para a mobilização dos mesmos.

O desenho de 5 (cinco) pessoas com linhas coloridas (Figura 02) representando a quantidade de ligações individuais e ao mesmo tempo, o total de ligações realizadas foi apresentado pelo grupo G3.

Assim, inferimos a atividade cognitiva de conversão, pois o registro de saída da situação "Quantos telefonemas"? apresentado no registro descritivo escrito – classificado como multifuncional e discursivo foi indicado na representação pertencente ao registro imagético – registro multifuncional e não discursivo – de acordo com os pressupostos da TRRS (DUVAL, 2011, p.118).

Recordamos que um registro é um produtor de representações aritmética, algébrica, gráfica. São sistemas cognitivamente produtores, ou mesmo criadores de representações sempre novas.

Análise das especificidades teóricas e indicação de um possível diálogo interteórico

A iniciativa da *Early Algebra* é justamente propiciar aos estudantes – desde o início de sua escolarização- situações que possam estimular processos de significação singulares, e também possíveis significações mais abrangentes. A noção de Geral como possibilidade e o Particular como um passo à frente na concretização do geral Radford (2013) para a Teoria da Objetivação nos parece inerente ao Pensamento Algébrico, e conseqüentemente à *Early Algebra*. Nessa investigação, exemplificamos o Geral no objeto matemático: covariação e o Particular como os meios semióticos mobilizados.

De acordo com Vergel (2018) a atualização do Geral em Particular no cenário da sala de aula – e também em investigações-, não pode ser determinada a *priori*. Ocorrem a partir do envolvimento de estudantes, professores e pesquisadores durante as situações propostas que incidirá ou não no Labor Comum.

Concordamos com Radford quanto ao Labor Comum ser permeado por subjetividades múltiplas, ser único e constante. Nesse “entrelaçamento” os vetores da ética comunitária - responsabilidade, cuidado e compromisso-, ocorreram às vezes de maneira sutil, outras vezes explicitamente.

Recordamos que o artefato utilizado pelo grupo G3 (fichas de cartolina) foi insuficiente para a produção de saberes. Porém, evidenciaram subjetividades durante as manifestações de desagrado, irritação e pouco comprometimento por alguns integrantes. Segundo Radford (2017) o Labor Comum é permeado de tensões. Ainda a respeito da confecção do artefato – fichas com cartolina-, arriscamos dizer que estes poderiam pertencer a um registro específico: o registro de representações em 3D. Duval (2009, 2011) refere-se à complementaridade em que os registros de representação (aritmético, algébrico, gráfico) são sistemas cognitivamente produtores, ou mesmo criadores de representações sempre novas.

Os seres envolvidos no ensinar e aprender são sociais, singulares com vivências distintas e que no decorrer da situação “Quantos telefonemas?” estão frente a um questionamento, cuja resolução pode ser indicada e /ou significada de diferentes modos.

Possível Diálogo Interteórico

As teorias da Educação Matemática apresentadas nesse trabalho, apresentam especificidades (Quadro 01) quanto ao ensino e aprendizagem de matemática, o que delimita as concepções ontológicas, epistemológicas e metodologia de cada uma.

A Teoria da Objetivação se aproxima de concepções históricas - cultural, pois não se concentra exclusivamente na dimensão do saber (conteúdos matemáticos), mas também na dimensão do ser, priorizando “sujeitos reflexivos e éticos que se posicionam criticamente em práticas matemáticas constituídas histórica e culturalmente e que refletem sobre novas possibilidades de ação e pensamento”. (RADFORD, 2020, p.16)

Para a TRRS a apreensão ou produção de uma representação semiótica Duval (2009, p.15) é inerente ao pensamento humano e em concordância com a situação epistemológica da matemática, reforça a importância da análise cognitiva a partir da mobilização dos registros de representação semiótica.

As informações presentes quanto às possibilidades de estratégias em rede Prediger et al (2008), Bikner-Ahsbahs et al (2010) e a maneira como os elementos teóricos emergiram em contigüidade, nos fez propor um diálogo entre alguns pressupostos da TO e da TRRS.

Os fundamentos da TRRS quanto ao aspecto cognitivo, ou seja, a autossuficiência do estudante frente à multiplicidade de registros de representações semióticas em matemática pode parecer contraproducente se recordarmos que Radford - com a elaboração da TO destaca outros meios semióticos-, além dos sistemas semióticos propostos por Duval e ressalta a necessidade de estarmos em coletividade, imersos em uma ética comunitária (RADFORD, 2020).

A possibilidade de um diálogo interteórico ocorre justamente nessas “diferenças”. Quando o estudante Pi questiona se podem fazer mais desenhos, reconhece o mesmo objeto matemático – a relação entre as variáveis - no desenho (Figura 02) e nas fichas com cartolina (Figura 01), ou seja, a estudante apresenta segundo os pressupostos da TRRS, indícios de coordenação. Segundo Duval (2016) é a superação dos dois patamares: a evidência do aspecto epistemológico da matemática e o paradoxo cognitivo, que indica a aprendizagem em matemática.

O estudante ao adquirir a autonomia intelectual, desenvolve uma confiança em si mesmo, frente a situações propostas. O manejo de diferentes registros de representação semiótica, a conversão, ou a opção de permanecer no mesmo registro - o tratamento-, é uma escolha do estudante.

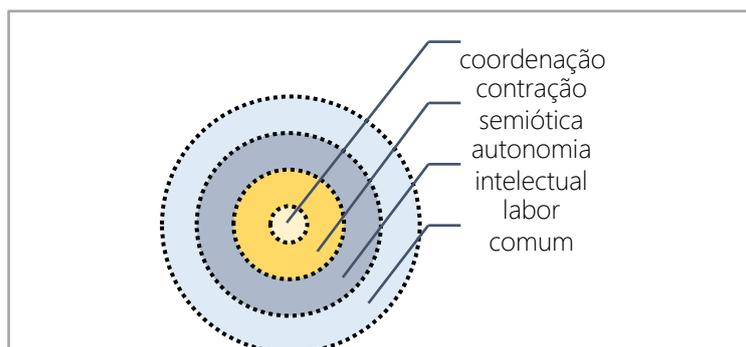
Inferimos que a coordenação está diretamente relacionada aos nós semióticos, e conseqüentemente à contração semiótica. A coordenação é o reconhecimento do objeto matemático em diferentes registros.

A contração semiótica é o refinamento dos meios semióticos. Ao refinar os meios semióticos, o aluno apresenta indícios de coordenação ao relacionar o mesmo objeto de conhecimento.

O gesto intelectual de coordenação da estudante Pi colaborou na mobilização dos meios semióticos, ou seja, no movimento do Labor Comum.

Ser em matemática é isso. Estar no processo de ensino aprendizagem que não existe fora das conexões humanas, relações dialéticas e a inevitabilidade da ética comunitária (RADFORD, 2020).

Figura 03 - Possibilidade de Diálogo Interteórico



Fonte: a autora

Na Figura 03 as linhas das circunferências estão pontilhadas como referência à permeabilidade. Dessa maneira, a autonomia intelectual auxilia o labor comum, pois, ao ter confiança quanto às atividades cognitivas exclusivas de cada registro, o estudante- que está imerso no contexto de sala de aula com outras pessoas em labor comum-, pode auxiliar seu grupo considerando os vetores da ética comunitária: responsabilidade, cuidado e compromisso com o outro.

Considerações finais

O objetivo desse trabalho foi indicar a análise de uma mesma situação sob lentes teóricas distintas, e que mesmo com singularidades, quanto às questões paradigmáticas, princípios epistemológico, ontológicos e metodologias, ambas as teorias despontam de modo síncrono, indicando um possível diálogo interteórico.

Desse modo, as especificidades de cada teoria foram indicadas pelas considerações a respeito dos processos de ensino e aprendizagem de matemática, dos objetos matemáticos, do estudante, do professor e do contexto da sala de aula.

O aspecto sociocultural da Teoria da Objetivação ressaltou as relações dialéticas entre saber/conhecimento e ser/ subjetividade permeados pela ética comunitária. As subjetividades dos envolvidos foram únicas, singulares permeadas por conflitos, colaborações humanas, tensões, dúvidas, de modo contínuo, dinâmico e concomitante ao processo de objetivação.

Na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, o aspecto cognitivo se evidencia ao reforçar a noção que o pensamento - não somente o matemático-, é representacional. Inferimos a atividade cognitiva de conversão, a partir do registro de saída- descrito escrito para o registro imagético e confecção das fichas em cartolina, além de indícios da coordenação, enquanto reconhecimento do mesmo objeto matemático representado em diferentes registros.

Observamos também, que a covariação como característica do Pensamento Algébrico permeou os processos de significação considerando indicações vetores da ética comunitária, coprodução de subjetividades, representações em registros multifuncionais, representações em registros discursivos e não-discursivos e atividades cognitivas de conversão e indícios de coordenação.

Nessa investigação, o olhar atento sob as lentes dos referenciais teóricos distintos reforçou a condição única de acesso aos objetos matemáticos, a relevância de um ensino multirrepresentacional de matemática e a importância da relação dialética entre saber / conhecimento e ser / subjetividades.

Referências

- ARZARELLO, F.; PAOLA, D.; ROBUTTI, O. et al. Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom, *Palgrave Studies in alternative education*, v.70, p. 97-109, 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9163-z>
- BIKNER-AHSBAHS, A., DREYFUS, T., KIDRON, I., ARZARELLO, F., RADFORD, L., ARTIGUE, M., & SABENA, C. Networking of theories in mathematics education. In M. M. Pinto, & T. F. Kawasaki (Eds.), *Proc. 34 th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*. Belo Horizonte, Brazil: PME. vol. 1, p. 145-175, 2010
- CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Portugal, Quadrante*, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007
- DRIJVERS, P. et al. Digital resources inviting changes in mid-adopting teachers' practices and orchestrations. *ZDM*, v. 45, p. 987-1001, 2013.
- DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Fascículo I. São Paulo: Livraria da Física, 2009

DUVAL, R. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma - Entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas**. v 1. São Paulo: Proem, 2011.

DUVAL, R. Duval Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.11, n. 2, p.1-78, 2016. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p1>

D'AMORE, B. **Primeiros Elementos de Semiótica sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The ontosemiotic approach to research in mathematics education. **ZDM**. The International Journal on Mathematics Education, v.39, n. 1-2, jan.2007. Disponível em: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/ontosemiotic_approach.pdf. Acesso em: 25/07/2019

GOMES, S. C. **Teorias de aprendizagem em matemática: um estudo comparativo à luz da Teoria da Objetificação**. 2016.134 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019.

IORI, M. **La consapevolezza dell' insegnante dela dimensione semio-gognitiva dell' apprendimento dela matemática** – Tese Dottorato di ricerca in Storia e didattica dele matematiche, Storia e didattica dela Fisica, Storia e Didattica dela Chimica – dipartimento di matemática e informática – Università degli Studi di Palermo, 2015, 375f.

MORETTI, M. T.; BRANDT, F. C. Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semi-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval. Organizadores, Mércles Thadeu Moretti, Celia Finck Brandt. Florianópolis: Ed. **REVEMAT/UFSC**, 2020. 485 p. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/203982>. Acesso em janeiro de 2021

MOREY, B. **Abordagem semiótica na Teoria da Objetificação**. In: GOBARA, S.; RADFORD L. Teoria da Objetificação: Fundamentos e Aplicações para o Ensino de Ciências e Matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2020. p.43-67

OTTE, M. F.; SANTANA, G. F. S.; PAULA, L.; BARROS, L. L. G. X. Reasons for a semiotic approach to mathematics education. **Revista Prática Docente**, v. 4, n. 1, p. 24-41, 2019. Disponível em: <http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/350>

PRESMEG, N.; RADFORD, L.; ROTH, W.; KADUNZ, G. **Semiotics in Mathematics Education**, 2016. Disponível em: <https://www.springer.com/gp/book/9783319313696> Acesso em junho de 2019.

RADFORD, L. Three key Concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. **Journal of Research in Mathematics Education**, v. 2, n. 1, p. 7-44, 2013.

RADFORD, L. **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos**. DIE - Doctorado Interinstitucional em Educación, Énfasis matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, 2017

RADFORD, L. **Un recorrido através de la Teoria de la Objetivación**. In: GOBARA, S.; RADFORD L. Teoria da Objetificação: Fundamentos e Aplicações para o Ensino de Ciências e Matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2020. p.15-42.

SABENA, C.; KRAUSE, C.; MAFFIA, A. L'analisi semiotica in ottica multimodale: dalla costruzione di quadro teorico al networking con alter teorie - Relazione al **XXXIII Seminario Nazionale di ricerca** 2016. Disponível em:
<https://scholar.google.com/scholar?oi=bibs&cluster=6495347790114289557&btnI=1&hl=de>
Acesso em: maio de 2020.

VERGEL, R.; GÁRZON, P. J. R. **Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula**. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2018.