

Manifestação do pensamento algébrico na investigação de padrões geométricos

Algebraic Thinking manifestations on geometric patterns investigation

Frederico da Rosa Blank¹
Daniela Stevanin Hoffmann²
Andrea Morgado³
Valeska dos Santos Gouvea⁴
Aiana Silveira Bilhalva⁵

Resumo

O presente trabalho expõe os dados oriundos de resoluções de tarefas exploratório-investigativas de Álgebra, objetivando identificar as manifestações do caracterizador do pensamento algébrico “perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias”, de acordo com Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005). As atividades que foram realizadas por estudantes do 8º ano do ensino fundamental de uma escola estadual pelotense abordavam sequências com padrões definidos pelas variáveis: forma geométrica, posição e cor. Caracterizamos as manifestações do pensamento algébrico dos participantes a partir de dois tipos de resoluções: um com a identificação e expressão do padrão geométrico, variando as formas de representação, e outro em que, ou não houve identificação da regularidade, ou houve a identificação do padrão sem, entretanto, expressá-lo.

Palavras chave: pensamento algébrico; atividades exploratório-investigativas; padrões geométricos.

Abstract

The present paper exposes the data from the resolutions of Algebra exploratory-investigative tasks, aiming to identify the manifestations of the characteristic of algebraic thinking “perceiving and trying to express regularities or invariances” according to Fiorentini, Fernandes and Cristóvão (2005). The activities, which were carried out by students in the 8th year of elementary school at a state public school in Pelotas, addressed sequences with patterns defined by the variables geometric shape, position and color. We characterized the manifestations of the algebraic thinking of the participants from two resolutions types: one with the geometric pattern identification and expression, varying the representation forms, and another in which, either there was no regularity identification, or there was standard identification without, however, expressing it.

Keywords: algebraic thinking; exploratory-investigative activities; geometric patterns.

¹ Universidade Federal de Pelotas | blank.frederico@gmail.com

² Universidade Federal de Pelotas | danielahoff@gmail.com

³ Universidade Federal de Pelotas | deamorgado@gmail.com

⁴ Universidade Federal de Pelotas | valeskagouvealopes@gmail.com

⁵ Secretaria Municipal de Educação de Pelotas | aiana_bilhalva@hotmail.com

Introdução

A Álgebra, muitas vezes, é considerada um conteúdo matemático complexo pelos estudantes da educação básica, devido à dificuldade em interpretar estruturas abstratas e letras como representações de números. Essa dificuldade está ligada ao processo mecanizado de “encontrar o x ”, que aborda a Álgebra de forma desconectada de situações-problema que possibilitem o desenvolvimento de significado para as variáveis e incógnitas, perpetuando uma visão sobre a Álgebra como algo sem sentido, restrita a “calcular com letras” (LINS, GIMENEZ, 2001). A falta de compreensão em relação aos significados das representações e operações algébricas pode influenciar negativamente no entendimento de outras áreas do conhecimento além da Matemática (FIORENTINI, MIORIM, MIGUEL, 1993).

Fiorentini, Miorim, Miguel (1993), após analisar as abordagens de Educação Algébrica, desde o século XIX até a data de publicação de seu estudo, afirmam que uma característica comum a elas é a redução do pensamento algébrico exclusivamente à linguagem algébrica, o que é negativo didaticamente. Pesquisas atuais (OLIVEIRA, CEDRO, 2018; SCREMIN, RIGHI, 2020; DE OLIVEIRA, GONÇALVES, 2021; MESCOUTO, DE LUCENA, BARBOSA, 2021; RIBEIRO, CURY, 2021) confirmam que essa condição ainda está presente na educação básica.

Segundo Fiorentini, Fernandes, Cristóvão (2005), a álgebra escolar costuma priorizar o domínio da linguagem algébrica, com foco em habilidades de transformação de expressões, o que reduz o ensino de Álgebra à manipulação de símbolos. Os autores defendem que é preciso superar essa prática em que a Álgebra é considerada apenas como ferramenta para resolver problemas e passar a oportunizar sua significação a partir do desenvolvimento do pensamento algébrico, que é manifestado pela presença de seus caracterizadores:

estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos [...]; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente... (FIORENTINI, FERNANDES, CRISTÓVÃO, 2005, p. 5)

Segundo Fiorentini, Fernandes, Cristóvão (2005), o pensamento algébrico pode ser desenvolvido antes mesmo da existência da linguagem algébrica simbólica, que utiliza símbolos para representar ideias e relações entre objetos e estruturas matemáticas. Esse pensamento pode ser expresso “através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para este fim” (FIORENTINI, MIORIM, MIGUEL, 1993, p. 88). Para possibilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico durante as aulas de matemática, Fiorentini, Miorim, Miguel (1983) e Fiorentini, Fernandes, Cristóvão (2005) propõem trabalhar com atividades de cunho exploratório-investigativas que abordam alguns dos seus caracterizadores.

Segundo Ponte (2003), as tarefas matemáticas (exercícios, problemas, investigações e atividades de exploração) podem ser definidas segundo seu grau de dificuldade (fácil, difícil) e tipo de estrutura (aberta, fechada). O autor define as atividades de exploração e as inves-

tigações matemáticas como abertas, diferenciando-se pelo nível de dificuldade. As atividades de exploração são utilizadas como introdução de um novo estudo ou como forma de problematização e produção de significados matemáticos. As atividades de investigação são mais difíceis e requerem mais tempo que as anteriores. Essas passam por quatro momentos principais: exploração e formulação de questões; organização de dados e elaboração de hipóteses; realização de testes e sistematização; elaboração de justificativas (PONTE, 2003).

Fiorentini, Fernandes, Cristóvão (2005) propõem tarefas exploratório-investigativas para o desenvolvimento do pensamento algébrico desconsiderando a distinção entre esses dois tipos de atividades.

A nossa hipótese é que a realização de atividades exploratório-investigativas - que visam levar os alunos a pensar genericamente, perceber regularidades e explicitar essa regularidade através de estruturas ou expressões matemáticas, pensar analiticamente, estabelecer relações entre grandezas variáveis,... (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993, p. 87) – pode ser uma alternativa poderosa para o desenvolvimento inter-relacionado do pensamento e da linguagem algébrica do aluno (FIORENTINI, FERNANDES, CRISTÓVÃO, 2005, p. 5).

Nesse contexto, o objetivo deste artigo é analisar as manifestações do pensamento algébrico de alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública estadual da cidade de Pelotas, Rio Grande do Sul. Desenvolvemos, aplicamos e analisamos três tarefas exploratório-investigativas que abordam o seguinte caracterizador do pensamento algébrico: perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias (FIORENTINI, FERNANDES, CRISTÓVÃO, 2005).

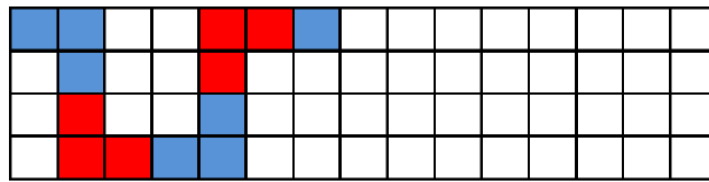
Frente a esse contexto, neste trabalho, apresentamos, na seção Atividades para reconhecimento de padrões, a criação das atividades exploratório-investigativas e processos de generalização dos padrões e resoluções em linguagem algébrica simbólica. Na seção Aplicação de atividades e análise das manifestações do pensamento algébrico, detalhamos de que maneira se deu a aplicação dessas atividades com estudantes do ensino fundamental e analisamos a manifestação do caracterizador do pensamento algébrico investigado a partir das resoluções das atividades feitas pelos alunos. Nas Considerações finais, argumentamos termos atingido o propósito deste texto ao identificarmos e analisarmos as manifestações do pensamento algébrico de estudantes dos anos finais do ensino fundamental de uma escola pública estadual pelotense.

Atividades para reconhecimento de padrões

Utilizando a concepção de pensamento algébrico apresentada na introdução deste artigo e um de seus caracterizadores, elaboramos três tarefas exploratório-investigativas que apresentavam estrutura de malha, parcialmente preenchida com uma sequência pré-determinada de figuras geométricas, formando distintos padrões de posição, cor e forma. Nas tarefas, era solicitado que as malhas fossem completadas conforme os padrões dados.

Na primeira atividade, propusemos que o grupo de alunos preenchesse a seguinte malha:

Figura 1: Malha da primeira atividade.
Complete a malha abaixo.



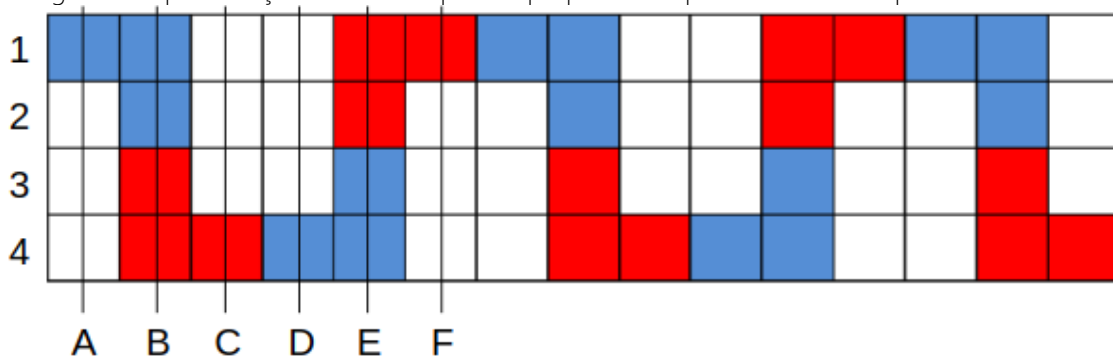
Fonte: adaptada de Júnior, Ruy, 2018.

Observamos que existem três aspectos a serem analisados: forma geométrica (quadrado), cor (azul, vermelho ou branco) e posição de cada quadrado na malha. O caracterizador do pensamento algébrico de identificação e tentativa de expressão de regularidades ou invariâncias está presente nos objetivos dessa atividade. O primeiro objetivo é a identificação desses aspectos, motivando a percepção por parte dos alunos das regularidades (quadrado, azul, vermelho ou branco, e posição de cada quadrado na malha), ou seja, a identificação do padrão. O segundo objetivo é a expressão desses aspectos identificados ao completar a malha, ou seja, a repetição do padrão.

Ressaltamos que existem distintas representações simbólicas para expressar o padrão de quadrados coloridos e todas são manifestações do pensamento algébrico. Analisando as resoluções do grupo de alunos, identificamos o uso de uma representação pictórica conforme veremos na seção Aplicação de atividades e análise das manifestações do pensamento algébrico. Propomos um processo de generalização que descrevemos em linguagem algébrica simbólica.

Numerando as linhas da malha de cima para baixo, em ordem crescente, denotamos a coluna preenchida com um quadrado azul, na linha 1, e três brancos, nas linhas 2, 3 e 4, pela letra A; a coluna com dois quadrados azuis, nas linhas 1 e 2, e dois vermelhos, nas linhas 3 e 4, por B; a coluna com três quadrados brancos, nas linhas 1, 2 e 3, e um quadrado vermelho, na linha 4, por C; a coluna com três quadrados brancos, nas linhas 1, 2 e 3, e um quadrado azul, na linha 4, por D; a coluna com dois quadrados vermelhos, nas linhas 1 e 2, e dois azuis, nas linhas 3 e 4, por E; e a coluna com um quadrado vermelho, na linha 1, e três quadrados brancos, nas linhas 2, 3 e 4, por F. Neste caso, a estrutura de repetição do padrão é representada pela sequência de colunas ABCDEF. A malha entregue estava pintada com a estrutura ABCDEF-A. O completamento da malha solicitado na atividade é BCDEF-ABC.

Figura 2: Representação simbólica e padrão proposto completo da malha da primeira atividade.



Fonte: dados da pesquisa.

Essa representação por linhas e colunas nos remete à descrição do padrão através de uma linguagem algébrica simbólica de representação matricial. Entendemos que os estudantes de 8º ano do ensino fundamental, de acordo com os conteúdos matemáticos da educação básica, não estudaram matrizes na escola, visto que este é um conteúdo do ensino médio, o que nos leva a inferir que a representação matricial ainda não teria significado para eles. Entretanto, aqui, abordamos essa possibilidade de representação matricial.

Descrevemos a malha por uma matriz de quatro linhas e 15 colunas, na qual fazemos corresponder a cada quadrado (azul, vermelho ou branco) uma posição na matriz. Denotamos o quadrado azul pelo número 1, o quadrado vermelho pelo número 2 e o branco pelo número 0. Logo, podemos associar o complemento da malha dada com a matriz a seguir:

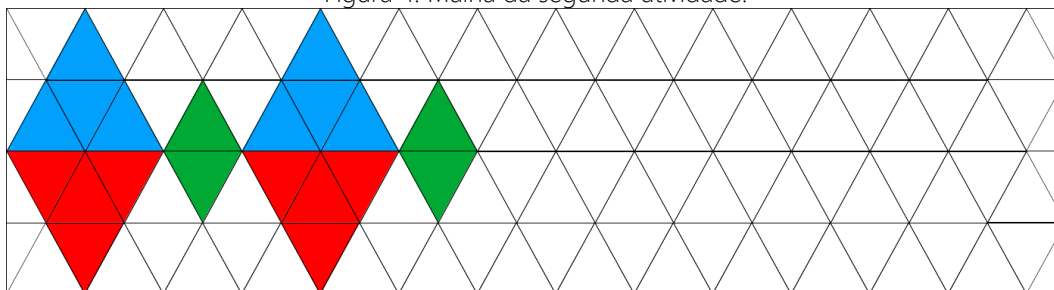
Figura 3: Representação simbólica matricial da primeira atividade.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Fonte: dados da pesquisa.

Na segunda atividade, foi proposto que o grupo de alunos preenchesse a seguinte malha:

Figura 4: Malha da segunda atividade.



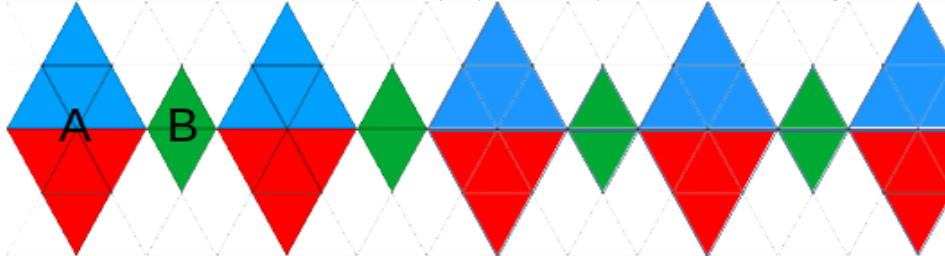
Fonte: adaptada de adaptada de JÚNIOR, RUY, 2018.

Assim como na primeira, observamos que existem três aspectos a serem analisados: forma geométrica (triângulos), cor (azul, vermelho, verde ou branco) e posição de cada triângulo na malha. Entretanto, há complicadores em relação àquela atividade: a malha é triangular, impedindo a descrição por linhas e colunas; há uma cor a mais a ser considerada; e é possível identificar losangos formados pelos triângulos que compõem a malha. O caracterizador do pensamento algébrico de identificação e tentativa de expressão de regularidades ou invariâncias também está presente nos objetivos dessa atividade. O primeiro é a identificação das regularidades (triângulo, azul, vermelho ou verde e posição de cada triângulo na malha), ou seja, a identificação do padrão. O segundo é a repetição do padrão.

Vamos seguir com a proposta de apresentar um processo de generalização através de uma representação algébrica simbólica. Uma vez que a malha é triangular, consideramos os triângulos que a compõem como nossa unidade de descrição. Partimos da identificação de dois losangos de diferentes proporções: um primeiro losango formado por quatro triângu-

los azuis e quatro triângulos vermelhos; e um segundo losango formado por dois triângulos verdes. Denotamos com a letra A o primeiro losango, e com a letra B, o segundo. Desse modo, a estrutura de repetição do padrão é representada por AB, e a malha completa é descrita por AB-AB-AB-AB-A. A malha entregue estava pintada com a estrutura AB-AB. O complemento da malha solicitado na atividade é AB-AB-A.

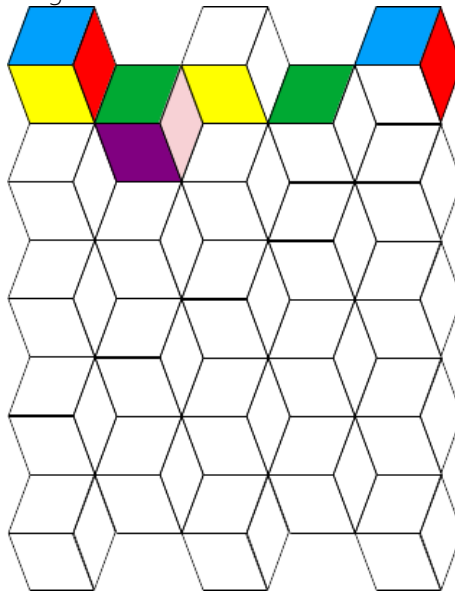
Figura 5: Representação simbólica e padrão proposto completo da malha da segunda atividade.



Fonte: dados da pesquisa.

Na terceira atividade, propusemos que o grupo de alunos preenchesse a seguinte malha:

Figura 6: Malha da terceira atividade.



Fonte: adaptada de <http://www.supercoloring.com/pt/desenhos-para-colorir/tecelagem-geometrica-com-padrao-de-losango>.

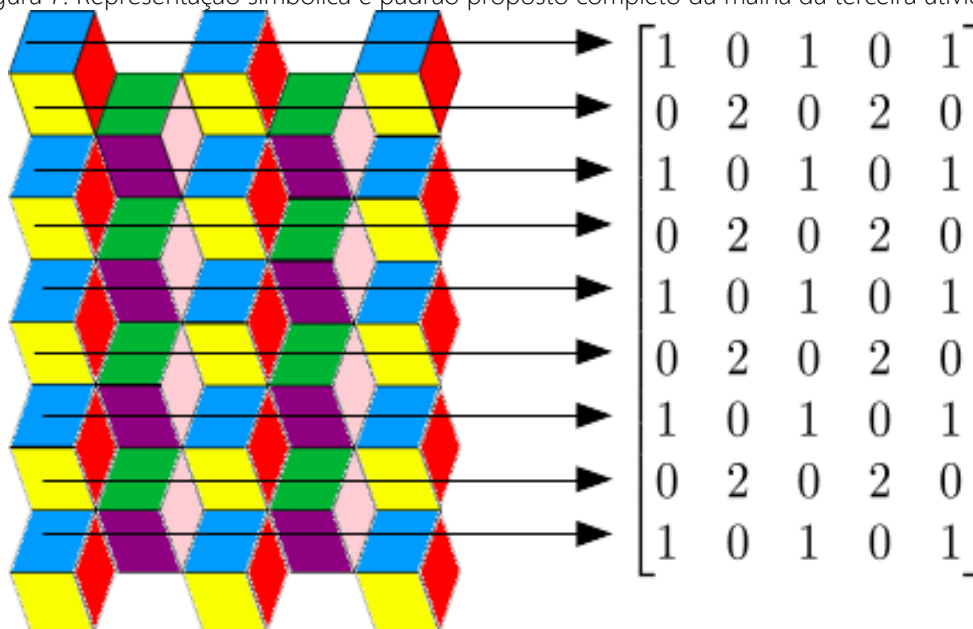
Nessa malha, propusemos um padrão que pudesse gerar algum tipo de visualização em três dimensões. Escolhemos um padrão de losangos que, agrupados, possibilitam a visualização e identificação de cubos.

Como nas atividades anteriores, observamos que existem três aspectos a serem analisados: forma geométrica (losangos), cor (azul, amarelo, vermelho, roxo, rosa, verde e branco) e posição de cada losango na malha. Os complicadores aumentaram novamente: a malha possibilita uma visualização tridimensional, pois é possível identificar cubos formados pelos losangos que a compõem; há três cores a mais a serem consideradas. O caracterizador do pensamento algébrico de identificação e tentativa de expressão de regularidades ou

invariâncias continua presente nos objetivos dessa atividade: identificação e repetição do padrão.

Nesta malha, consideramos os losangos como nossa unidade de descrição que, agrupados três a três, possibilitam a identificação de cubos de faces azul, amarela e vermelha e cubos de faces verde, roxa e rosa. Como nas atividades anteriores, apresentamos um processo de generalização através de uma representação algébrica simbólica matricial. Denotamos por: 1 o cubo de topo azul, frente amarela e lado vermelho; 2 o cubo de topo verde, frente roxa e lado rosa. A partir dessa notação, vamos definir uma matriz em que as linhas ímpares tomam como base o cubo 1, e, de maneira análoga, as linhas pares tomam como base o cubo 2. É possível visualizar que existem espaços vazios entre os cubos de cada linha nessa malha. Para representar os espaços não preenchidos com cubos utilizamos símbolo 0, conforme a figura 7.

Figura 7: Representação simbólica e padrão proposto completo da malha da terceira atividade.



Fonte: dados da pesquisa.

Observamos que a matriz $A = [a_{ij}]_{\{1 \leq i \leq 9, 1 \leq j \leq 5\}}$ acima está definida através da seguinte lei de formação:

Figura 8: Lei de formação da matriz que representa a malha completa da terceira atividade.

$$a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i \text{ é par e } j \text{ é ímpar ou se } i \text{ é ímpar e } j \text{ é par;} \\ 1, & \text{se } i \text{ e } j \text{ são ímpares;} \\ 2, & \text{se } i \text{ e } j \text{ são pares.} \end{cases}$$

Fonte: dados da pesquisa.

Na próxima seção, apresentaremos como essas três atividades foram aplicadas a alunos do 8º ano e como foram resolvidas por eles. Suas resoluções foram analisadas buscando a identificação de manifestações do pensamento algébrico conforme o caracterizador abordado.

Aplicação de atividades e análise das manifestações do pensamento algébrico

As atividades foram realizadas em um encontro de 45 minutos com dez estudantes⁶ de uma escola pública de Ensino Fundamental de Pelotas/RS. A coleta de dados para análise se deu a partir das folhas com as resoluções dos estudantes, de anotações realizadas pelos autores durante a aplicação das atividades, e de gravações de áudio que buscavam captar as discussões entre os participantes.

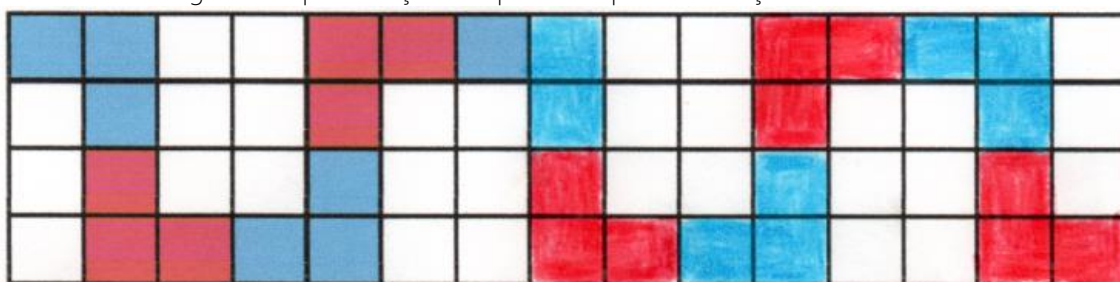
As análises foram realizadas a partir das transcrições dos áudios gravados, da leitura dos registros escritos e de classificações dos tipos de resolução dos alunos participantes. As resoluções das questões foram agrupadas e classificadas conforme suas semelhanças e diferenças, de acordo com o embasamento teórico sobre o caracterizador do pensamento algébrico abordado nas atividades.

Análise da atividade 1

Embasados no caracterizador do pensamento algébrico “perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias”, classificamos as resoluções da Atividade 1 dos alunos em dois tipos. O primeiro mostra a identificação e expressão de regularidade pelos participantes que apresentam respostas de acordo com o padrão proposto, apenas variando as formas de representação. O segundo tipo de resolução mostra a identificação da regularidade, entretanto, não a expressa no completamento da malha.

No primeiro tipo de resolução, temos a identificação e reprodução do padrão da malha, apresentando a estrutura ABCDEF-ABCDEF-ABC conforme o processo de generalização descrito em linguagem algébrica simbólica na seção Atividades para reconhecimento de padrões. Seguem três representações distintas desse primeiro tipo de resolução.

Figura 9: Representação 1.1 - primeiro tipo de resolução da atividade 1.

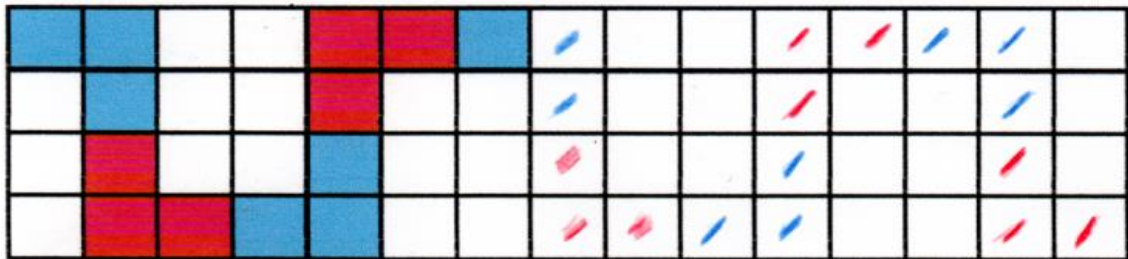


Fonte: dados da pesquisa.

A Representação 1.1 foi escolhida como exemplo por ter sido utilizada pela maioria dos estudantes.

⁶ Para realização da pesquisa, foram tomados os cuidados éticos necessários com menores de idade (termos de consentimento e assentimento de participação foram assinados por estudantes e seus responsáveis).

Figura 10: Representação 1.2 - primeiro tipo de resolução da atividade 1.

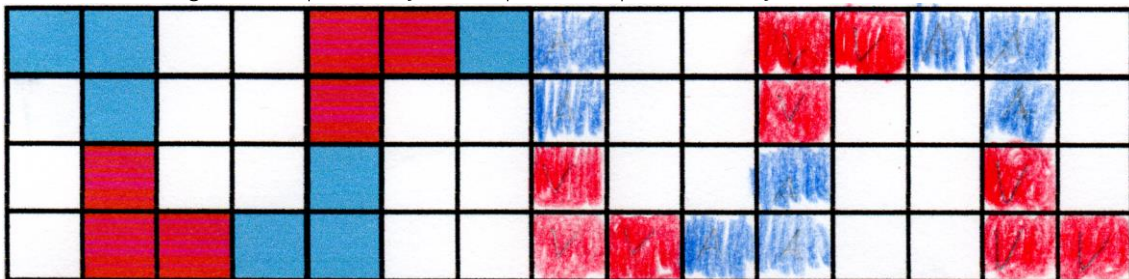


Fonte: dados da pesquisa.

Destacamos na Representação 1.2 que o participante não pintou completamente os quadrados, estabelecendo uma legenda em que o quadrado de cor azul foi representado por um traço de cor azul, e o quadrado de cor vermelha por um traço de cor vermelha.

Inferimos que o estudante percebeu a importância do padrão e notou que somente a identificação das cores de cada quadrado era suficiente, não havendo necessidade de pintar completamente.

Figura 11: Representação 1.3 - primeiro tipo de resolução da atividade 1.



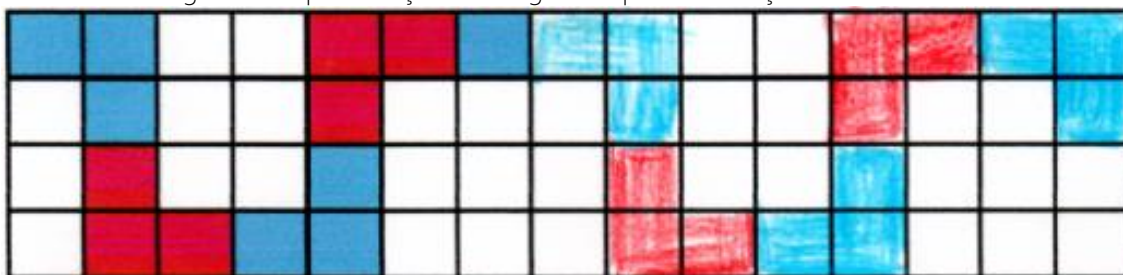
Fonte: dados da pesquisa.

Na Representação 1.3, o participante utilizou duas representações para completar o padrão proposto. É possível perceber que o estudante, além de pintar os quadrados, fez uma anotação e estabeleceu uma legenda, utilizando a letra "A" para a cor azul e "V" para a cor vermelha.

Podemos inferir que o aluno tenha feito isso ou de maneira a estabelecer um rascunho antes de pintar ou se utilizou de duas representações.

No segundo tipo de resolução, a estrutura algébrica simbólica apresentada pelo participante foi ABCDEF-AABCDEF-AG, onde G indica a última coluna da malha colorida, com dois quadrados azuis nas duas primeiras linhas e dois quadrados brancos nas terceira e quarta linhas. Destacamos que o completamento solicitado era BCDEF-ABC, e o estudante completou ABCDEF-AG. Quando o estudante pinta a sequência ABCDEF, ele mostra que identificou a regularidade do padrão. Entretanto, na sua resolução percebemos que a coluna A está representada duas vezes seguidas, o que não ocorre com o padrão da malha. Além disso, de acordo com a resolução do participante, inferimos que a última coluna da malha deveria ser B, mas como o participante pintou apenas os quadrados azuis, esta última coluna se caracteriza como um novo elemento que denotamos por G.

Figura 12: Representação 1.4 - segundo tipo de resolução da atividade 1.



Fonte: dados da pesquisa.

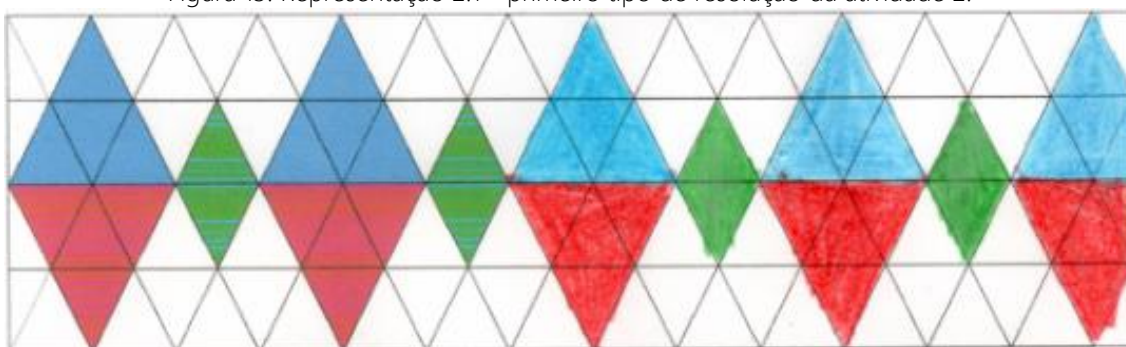
Levantamos as seguintes hipóteses de que o participante: ou percebeu que a coluna A já estava representada e se descuidou/distraiu na hora de pintar; ou percebeu que havia a coluna A representada e mesmo assim achou que deveria iniciar o padrão novamente; ou não percebeu que já havia a coluna A pintada no final do padrão dado, devendo aproveitá-la. Para a última coluna, inferimos que ou o participante esqueceu de pintar os quadrados vermelhos das linhas 3 e 4, ou não teve tempo para completar a atividade.

Análise da atividade 2

Embasados novamente no caracterizador do pensamento algébrico “perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias”, classificamos as resoluções da Atividade 2 dos alunos em dois tipos. O primeiro com as respostas que mostram a identificação e expressão de regularidade pelos participantes, variando apenas as formas de representação. O segundo tipo de resolução não mostra a identificação da regularidade.

No primeiro tipo de resolução, temos a identificação e reprodução do padrão da malha, apresentando a estrutura AB-AB-AB-AB-A, conforme o processo de generalização descrito em linguagem algébrica simbólica na seção Atividades para reconhecimento de padrões. Seguem duas representações distintas desse primeiro tipo de resolução.

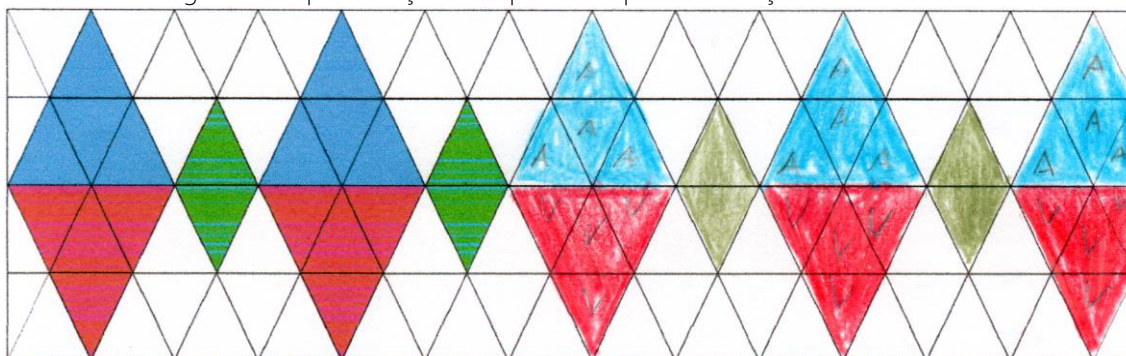
Figura 13: Representação 2.1 - primeiro tipo de resolução da atividade 2.



Fonte: dados da pesquisa.

A Representação 2.1 foi escolhida como exemplo da representação utilizada pela maioria dos estudantes.

Figura 14: Representação 2.2 - primeiro tipo de resolução da atividade 2.



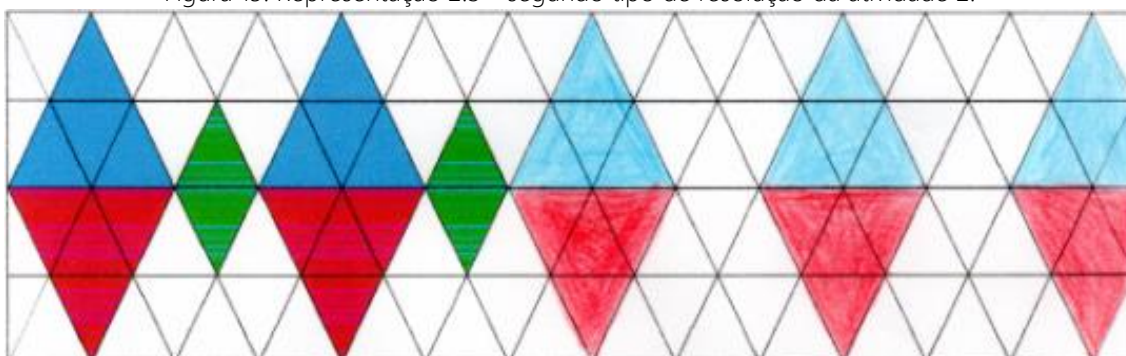
Fonte: dados da pesquisa.

Na Representação 2.2, o aluno utiliza duas representações para completar o padrão proposto. Identificamos o estabelecimento de uma legenda para as cores azul “A” e vermelha “V”, e a pintura do padrão. Podemos inferir que o aluno ou se utilizou de duas representações, ou fez isso de maneira a estabelecer um rascunho para a pintura posterior.

Notamos que os losangos verdes não foram representados por letras como legenda. Podemos inferir que o aluno ou não utilizou legenda por já ter conseguido deixar o espaço necessário para a pintura dos losangos verdes ou, por haver utilizado a letra “V” para representar a cor vermelha, tenha ficado sem opção para indicar a cor verde (num padrão de legenda com a letra inicial da cor).

No segundo tipo de resolução, a estrutura algébrica simbólica apresentada pelo participante foi AB-AB-AC-AC-A, na qual C indica o espaço em branco onde deveria haver o losango verde. Destacamos que o completamento solicitado era AB-AB-A, e o estudante completou AC-AC-A, o que mostra que ele não identificou a regularidade do padrão, mesmo que tenha tido a intenção de reservar o espaço para a losango B.

Figura 15: Representação 2.3 - segundo tipo de resolução da atividade 2.



Fonte: dados da pesquisa.

Análise da atividade 3

Seguindo com a busca pelo caracterizador do pensamento algébrico “perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias”, classificamos as resoluções da Atividade 3 dos alunos novamente em dois tipos. O primeiro com as respostas que mostram a identificação e expressão de regularidade pelos participantes, e o segundo tipo de resolução que não mostra a identificação do padrão apresentado na atividade.

No primeiro tipo de resolução, temos a identificação e reprodução do padrão da malha, apresentando a estrutura matricial conforme o processo de generalização descrito em linguagem algébrica simbólica na seção Atividades para reconhecimento de padrões. Na figura a seguir, a submatriz destacada representa os cubos descritos na seção Atividades para reconhecimento de padrões.

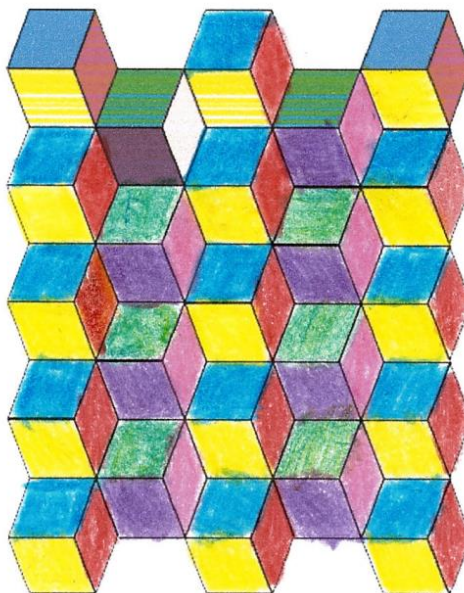
Figura 16: Representação simbólica matricial da terceira atividade.

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 1
 \end{bmatrix}$$

Fonte: dados da pesquisa.

Segue a representação desse primeiro tipo de resolução.

Figura 17: Representação 3.1 - primeiro tipo de resolução da atividade 3.



Fonte: dados da pesquisa.

A Representação 3.1 foi escolhida como exemplo da representação utilizada pela maioria dos estudantes. Um desses estudantes evidencia, em registro de áudio realizado pelos pesquisadores, que identificou o padrão proposto a partir da visualização dos cubos. Ele faz referência a “topo, lado e frente”, conforme o diálogo que segue:

Participante: “Aqui todo o topo era azul, todo o lado era vermelho e toda a frente era amarela”;

Pesquisadora: “Entendi. E esse aqui como é que era? – apontando para a segunda coluna”;

Participante: “Todo topo era verde, essa parte da frente era essa cor - referindo-se a cor roxa - e do lado era rosa”.

No segundo tipo de resolução, denotando por: 3 o cubo de topo branco, frente amarela e lado branco; 4 o cubo de topo verde, frente branca e lado branco; 5 o cubo de topo azul, frente branca e lado vermelho, a estrutura algébrica simbólica apresentada por um grupo de participantes foi:

Figura 18: Representação matricial do segundo tipo de resolução da atividade 3.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Fonte: dados da pesquisa.

Destacamos que o completamento solicitado era:

Figura 19: Representação matricial do completamento solicitado na atividade 3.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fonte: dados da pesquisa.

E o estudante completou:

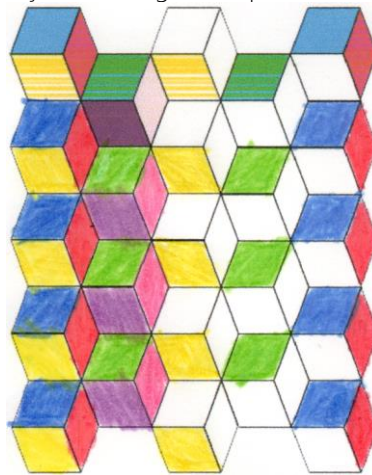
Figura 20: Representação matricial do complemento realizado no segundo tipo de resolução da atividade 3.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Fonte: dados da pesquisa.

Segue a representação desse segundo tipo de resolução.

Figura 21: Representação 3.2 - segundo tipo de resolução da atividade 3.



Fonte: dados da pesquisa.

A fala a seguir nos mostra a identificação de um participante dos cubos representados por 3, 4 e 5.

Participante: “Porque eu segui a sequência e, tipo, em cima, o amarelo ali, tem em cima sem nada e do lado sem nada - apontando para o cubo que tem apenas a frente pintada de amarelo, representado por 3 na nossa notação - E no primeiro que era azul e vermelho a frente era sem nada - apontando para o cubo que tem o topo pintado de azul e o lado pintado de vermelho, representado por 5 na nossa notação - e o verde também - apontando para o cubo que tinha apenas o topo pintado de verde, representado por 4 na nossa notação”.

Considerações finais

O processo mecanizado de trabalhar com a Álgebra, comum na Educação Básica, dificulta a compreensão dos conceitos da área. Fiorentini, Miorim, Miguel (1993) e Fiorentini, Fernandes, Cristóvão (2005) indicam o uso de tarefas exploratório-investigativas para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Três tarefas exploratório-investigativas, que abordavam geometricamente o caracterizador do pensamento algébrico “perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias” foram resolvidas por estudantes do 8º ano de uma escola pública estadual pelotense, em um encontro de 45 minutos. Essas tarefas apresentavam estrutura de malha, parcialmente preenchida com uma sequência pré-determinada de figuras geométricas que formavam distintos padrões de posição, cor e forma. Solicitamos que as malhas fossem completadas conforme os padrões dados.

Para que o completamento solicitado fosse realizado, era preciso perceber o padrão de cada sequência (primeira parte do caracterizador) e expressar essa identificação a partir do completamento e da reprodução do padrão (segunda parte do caracterizador), ou seja, era preciso manifestar o caracterizador do pensamento algébrico investigado.

Cada sequência geométrica continha três aspectos a serem analisados (forma geométrica, cor e posição de cada figura na malha). Estrutturamos representações algébricas simbólicas para cada uma das atividades, a fim de expressar formalmente os processos de reconhecimento e expressão das regularidades, relacionando geometria e álgebra através de padrões e sequências.

Analisamos as resoluções buscando a identificação de manifestações do pensamento algébrico pelos participantes. A partir da análise das resoluções das atividades propostas, identificamos manifestações desse pensamento dos estudantes de dois diferentes tipos.

O primeiro tipo de resolução mostra que houve identificação e expressão de regularidade pelos participantes que representaram o padrão proposto, apenas variando as formas de representação (pintura, legenda). Com a identificação e reprodução do padrão da malha, identificamos que houve percepção e expressão de regularidades ou invariâncias. O segundo tipo de resolução, ou não manifesta a identificação da regularidade, ou mostra a identificação da regularidade sem, entretanto, expressá-la no completamento da malha.

Seja por sequências de letras, por matrizes ou pela malha geometricamente colorida, identificamos as manifestações do pensamento algébrico, através do caracterizador “perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias”, nas resoluções das tarefas exploratório-investigativas resolvidas pelos estudantes dos anos finais do ensino fundamental público pelotense. Como argumentamos, o pensamento algébrico pode ser expresso em diferentes linguagens, mesmo sem a formalização matemática. Na sequência de nossas investigações, pretendemos analisar como essa escrita algébrica formal pode ser desenvolvida concomitantemente ao uso de recursos de padrões geométricos.

Referências

- OLIVEIRA, Eduardo José; GONÇALVES, Tânia Maria Nunes. Uma proposta de atividades para minimizar as dificuldades na aprendizagem de álgebra. *Brazilian Journal of Development*, v. 7, n. 1, p. 10849-10863, 2021.
- FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar. *Pro-posições*, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.
- FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando Luís Pereira; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. *Seminário Luso-brasileiro de investigações matemáticas no currículo e na formação do professor*, p. 1-22, 2005.
- JUNIOR, Giovanni; RUY, José. *A conquista da matemática, 1º ano* : componente curricular matemática : ensino fundamental, anos iniciais. - 1. ed. - São Paulo : FTD, 2018.
- LINS, Romulo Campos; GIMENEZ Joaquim. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas, SP : Papyrus, 1997.
- MESCOUTO, Juliana Batista; LUCENA, Isabel Cristina Rodrigues; BARBOSA, Elsa. Tarefas exploratório-investigativas de ensino-aprendizagem-avaliação para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Educação Matemática Debate*, v. 5, n. 11, p. 1-22, 2021.
- OLIVEIRA, D. C.; CEDRO, W. L. Índícios da compreensão da necessidade de representação de uma linguagem algébrica simbólica nas crianças participantes do Clube de Matemática. *Revista Obutchénie*, Uberlândia, v. 2, n. 1, p. 139-165, 2018.
- PONTE, J. P. Investigar, ensinar e aprender. *Actas do ProfMat 2003*. Lisboa: APM, p. 25-39, 2003.
- RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha. *Álgebra para a formação do professor*: explorando os conceitos de equação e de função. Autêntica Editora, 2021.
- SCREMIN, Greice; RIGHI, Flávia Pereira. Ensino de álgebra no ensino fundamental: uma revisão histórica dos PCN à BNCC. *Ensino em ReVista*, v. 27, n. 2, p. 409-433, 2020.