

MODELANDO MATEMATICAMENTE QUESTÕES AMBIENTAIS RELACIONADAS COM A ÁGUA A PROPÓSITO DO ENSINO- APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES NA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Mathematical model environmental issues related to water with the purposes of teaching-learning functions in first grade of High School

*Maria Isaura de Albuquerque Chaves¹
Adilson Oliveira do Espírito Santo²*

RESUMO

Este trabalho apresenta uma forma possível de se conceber e materializar a Modelagem Matemática como método de ensino-aprendizagem em cursos regulares. Para observar como a professora e os alunos se envolvem em atividades de Modelagem e discutir os efeitos desse envolvimento para a prática docente no referido método, para a formação geral do educando bem como para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, a proposta de Modelagem foi aplicada em uma turma de primeira série do ensino Médio e avaliada quanto à produção de aprendizagens significativas de Função com enfoque de ferramenta para a compreensão de questões ambientais relacionadas com a água. Os resultados obtidos apontam que o ensino por Modelagem pode levar o aluno a tornar-se coparticipante de seu processo de ensino-aprendizagem e, por consequência, ter sua aprendizagem significativa facilitada. Por outro lado, para o professor, entre o reconhecimento das vantagens quanto à utilização da Modelagem para o ensino e a sua aplicação, existe um caminho permeado de estudo e de pesquisa, que, para ser trilhado, precisa de disposição e audácia para vencer os obstáculos que se afigurem.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, ensino-aprendizagem da Matemática, aprendizagem significativa.

ABSTRACT

This research presents a possible form to give itself and materialize the Mathematics Modeling

as a teaching-learning method in regular courses. To observe how the teacher and the students get involved with Modeling activities and discuss all knowledge already produced for previous researches, these development effects for the teaching practice in the referred method for the student general formation as well as for the mathematics teaching-learning process, the model was tested in a high school first-year group and it had the first and second degree Functions significant learning production evaluated, focusing on the tools used for the comprehension of environment question related to water. The obtained results point out that learning through Modeling can make students become co-participant of their teaching-learning process. Consequently it makes their significant learning easy. On the other hand, for the teaching, among the acknowledgement of modeling using advantages for the teaching and this application, there's a study and research permeated way, that to be struck needs aptitude and audacity to get over the obstacles that may show up.

Keywords: Mathematical Modeling, Teaching-Learning Mathematics, significant learning.

INTRODUÇÃO

Interessados em estratégias de ensino que tornassem as aulas de Matemática mais atraentes e agradáveis, tanto para nós, quanto para os alunos, que levassem os alunos a darem sentido e alguma utilidade ao conteúdo escolar, que contribuíssem para habilitá-los a, de forma autônoma, construir seus próprios conhecimentos a partir de seus próprios recursos,

¹ Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (2005). É professora da Escola de Aplicação da Universidade Federal do Pará.

² Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas (1988). Atualmente é professor associado II da Universidade Federal do Pará, lotado no Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI). Atualmente dedica-se a área de Educação Matemática atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática, Etnomatemática, Resolução de Problemas, Transdisciplinaridade, Uso de Novas Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática.

ou do grupo no qual estão inseridos, bem como aumentassem seus interesses e responsabilidades por suas próprias aprendizagens, aproximamo-nos da Modelagem Matemática.

Entretanto, contrapondo nossos primeiros estudos em Modelagem Matemática com nossas vivências de sala de aula, ao mesmo tempo que concordávamos com todas as habilidades e competências que o ensino de Matemática por meio da Modelagem pode desenvolver no aluno, além de tornar o curso mais interessante, também tivemos que concordar que sua utilização em cursos regulares, com toda a sua estrutura formal, como conteúdo programático a cumprir em tempo predeterminado pode ser extremamente complicado.

Levando em conta as variáveis do Ensino Médio, especialmente da realidade na qual estamos inseridos, os obstáculos já detectados por Bassanezi (2002) e Barbosa (1999) e mais as nossas limitações enquanto principiantes no uso da Modelagem Matemática em contexto escolar, concebemos uma forma possível de materializar o referido método em nossas salas de aula, gerando uma perspectiva de Modelagem.

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO REGULAR

Modelagem “é o processo que envolve a obtenção de um modelo” e se o modelo for “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real”, então, temos um modelo matemático (BIEMBENGUT e HEIN, 2003, p.12).

Podemos, com isso, definir Modelagem Matemática como um processo que traduz uma situação/questão proposta pela realidade, já transcrita, ou não, na linguagem corrente, em linguagem simbólica da matemática, fazendo aparecer um modelo matemático que, por ser uma representação significativa do real, se analisado e interpretado segundo as teorias matemáticas, devolve informações interessantes para a realidade que se está questionando.

A obtenção de um modelo ou o processo de modelagem de situações reais com

ferramental matemático é composto por etapas (BIEMBENGUT E HEIN, 2003, p.13-5). Em uma fase preliminar, ocorre o envolvimento com o tema (realidade) a ser estudado/problematizado, por meio de um estudo indireto, como pesquisas em jornais, livros e/ou revistas ou de um estudo direto como uma pesquisa de campo, por exemplo. É nessa fase, comumente chamada de **Interação**, que se faz o levantamento de dados qualitativos e quantitativos interessantes para a construção do modelo.

Após a interação do modelador com a realidade que ele pretende estudar e de posse dos dados qualitativos e quantitativos, ocorre a “tradução” da situação-problema para a linguagem matemática – é a **Matematização**. Etapa em que se formula/escreve um problema segundo um modelo matemático que leve à solução ou, simplesmente, que se escreve a realidade em questão, segundo uma outra linguagem: a Matemática.

Como, por via de regra, um modelo matemático não representa a realidade em sua totalidade, mas um recorte ou uma aproximação de idealizações sobre esta, é na Matematização que fazemos esse recorte da realidade, ou seja, é nessa fase que selecionamos e escolhemos as variáveis interessantes para a construção do modelo, segundo os interesses/necessidades do modelador.

Na etapa seguinte, chega-se a um **Modelo Matemático** e ocorre a “testagem” ou validação desse modelo, através da análise das respostas que este oferece quando aplicado à situação que o originou, no sentido de verificar o quanto as mesmas são adequadas ou não. “Se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa (...) mudando-se ou ajustando-se hipóteses, variáveis, etc.” (BIEMBENGUT e HEIN, 2003, p.15).

No âmbito da Educação Matemática, Modelagem pode ser definida como “uma metodologia de ensino-aprendizagem [que] parte de uma situação/tema e sobre ela desenvolve questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso do ferramental matemático e da pesquisa sobre o tema” (BIEMBENGUT e HEIN, 2003, p. 28).

Nessa abordagem, um tema é escolhido e o professor utiliza “as mesmas etapas e sub-etapas do processo de modelagem, isto é: **Interação** – reconhecimento da situação-problema e familiarização; **Matematização** – formulação e resolução do problema; e **Modelo Matemático** – interpretação e validação” (Biembengut e Hein, 2003, p.20) para o desenvolvimento do conteúdo programático.

Barbosa (1999, p.4) acrescenta que a modelagem

é um método da matemática aplicada, usada em grande variedade de problemas econômicos, biológicos, geográficos, de engenharia e de outros (...) [que] foi **apreendido e resignificado** para o ensino-aprendizagem como uma das formas de utilizar a realidade nas aulas de matemática. [grifos nossos]

Nesse sentido, “**há várias maneiras de conceber e materializar** a Modelagem na sala de aula” (idem, p.5) [grifos nossos], através de projetos de curta ou longa duração, através de situações ou atividades propostas aos alunos.

Barbosa (2003, p.69), de forma análoga a Biembengut e Hein (2003), e tomando por referência Skovsmose (2000), **concebe** Modelagem como “um ambiente de

aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”, em que **problematizar** refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas e **investigar**, refere-se à busca, à seleção, à organização e à manipulação de informação e de reflexão, na perspectiva de resolver os problemas ou responder às perguntas.

Para a **materialização**, ou seja, para a utilização em sala de aula da modelagem, o autor identifica “três regiões de possibilidades”, as quais ele chama de “casos”. “Os casos não são prescritivos, mas trata-se da idealização de um conjunto de práticas correntes na comunidade” (p.70).

Esta classificação chama a atenção para o fato de que os professores e os alunos podem se envolver com diferentes maneiras de implementar a Modelagem no currículo, reelaborando de acordo com as possibilidades e as limitações oferecidas pelo contexto escolar, por seus conhecimentos e preferências (idem, 2001, p.10).

Os “casos” de Barbosa (2003, p.70) são categorizados conforme as tarefas que compete ao professor e/ou aos alunos desenvolverem dentro do processo de Modelagem, na sala de aula, conforme quadro a seguir:

| | <i>CASO 1</i> | <i>CASO 2</i> | <i>CASO 3</i> |
|---|------------------------|-----------------|-----------------|
| <i>Elaboração da situação-problema</i> | <i>professor</i> | professor | professor/aluno |
| <i>Simplificação</i> | <i>professor</i> | professor/aluno | professor/aluno |
| <i>Dados qualitativos e quantitativos</i> | <i>professor</i> | professor/aluno | professor/aluno |
| <i>Resolução</i> | <i>professor/aluno</i> | professor/aluno | professor/aluno |

No caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos (...), acompanhados pelo professor, (...) a tarefa de resolver o problema. Já, no caso 2, os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar (...) Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. (...) E, por fim, no caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas 'não-matemáticos', que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos (idem, p. 69).

Observa-se que, do **Caso 1** ao **Caso 3**, à medida que diminui a quantidade de tarefas que cabe ao professor aumenta a do aluno, transferindo para este mais responsabilidade pela resolução do problema e, por consequência, pela sua própria aprendizagem, sem, entretanto, eximir o professor da condução do processo.

Assim, por exemplo, um professor ainda iniciante no que diz respeito ao uso da Modelagem pode optar pelo **Caso 1**, no qual ele toma para si a maior quantidade das tarefas a serem desenvolvidas e, à medida que começar a sentir-se mais seguro e/ou mais a vontade dentro

de seu contexto, vai transferindo mais tarefas aos alunos, enveredando assim pelos outros “casos” e assumindo uma postura, cada vez mais predominante, de mediador entre o conhecimento e o aprendiz, deixando de ser o que detém e transmite o conhecimento para ser aquele que, por meio de tarefas, oportuniza a aquisição do mesmo.

Ainda que os casos não sejam prescritivos, podemos vislumbrar a partir desses várias formas de se organizar e de se conduzir atividades de Modelagem, ou várias perspectivas de Modelagem para a Educação Matemática. Também mostram caminhos/opções através dos quais podemos implantar e desenvolver o processo de Modelagem de forma gradativa nas aulas de matemática, fazendo-se variar em número e em grau as atividades/tarefas que competem a cada um – professor e alunos – dentro do processo.

Para, dentre as opções/casos mostradas por Barbosa (2003), estabelecer/escolher uma perspectiva de Modelagem para o Ensino Médio, levamos em consideração os critérios apontados por Biembengut e Hein (2003):

- O grau de escolaridade dos alunos;
- O tempo disponível que terão para trabalho extra classe;
- O programa a ser cumprido;
- O estágio em que o professor se encontra em relação à Modelagem;
- O nível de apoio dado pela escola ao professor para implantar a Modelagem.

Quando se propõe a trabalhar no Ensino Médio, com qualquer que seja a metodologia, **tempo** e **conteúdo programático** a cumprir são, por via de regra, variáveis intervenientes que precisam ser gerenciadas/administradas. É de interesse dos alunos, da comunidade escolar e da própria família que eles tenham visto todo conteúdo programático a tempo hábil de participarem dos processos seletivos, sob pena de a escola cair no descrédito da sociedade em geral. Exige-se, portanto, do professor de Matemática o cumprimento de um conteúdo em cada série.

Quanto ao tempo que os alunos teriam para desenvolver atividades extra classe é

preciso que se leve em consideração que os alunos do Ensino Médio têm que dar conta de um volume muito grande de conteúdo das diversas disciplinas constantes da grade curricular e, para tanto, devem dispor de muitas horas de estudo. Logo, longas atividades extra classe podem comprometer o tempo dedicado ao estudo das demais disciplinas e até da própria Matemática.

Levamos em conta também que a maioria dos alunos, com os quais trabalhamos, dependia financeiramente dos pais que possuíam uma média/baixa condição econômica. Logo, atividades que poderiam requerer algum custo, mesmo tratando-se de simples passagens de ônibus, foram descartadas.

Assim, determinamos que a grande maioria das atividades de Modelagem deveria ser desenvolvidas dentro da sala de aula, onde o professor poderia administrar melhor essas variáveis.

Outra variável diz respeito ao fato de que os alunos egressos do Ensino Fundamental, com no mínimo nove anos de escolaridade, estão acostumados a uma metodologia de ensino, em especial no nosso caso, que abrange definição, exemplos, aplicações/exercícios e, portanto, precisam ser preparados para um fazer 'diferente' nas aulas de Matemática.

Por outro lado, se essa forma de ensino, ou pretense ensino, já se encontra arraigada na compreensão metodológica de alunos com nove anos de escolaridade, que deve ser pensado do professor, que, além de já contar com mais anos de estudo, ainda tomou essa metodologia de ensino como padrão para o seu fazer docente, por conta de vários saberes acumulados durante sua formação inicial, continuada ou em serviço.

Daí, concluímos que, mesmo simpatizando com a Modelagem, a ponto de querer experimentá-la em nossas salas de aula, não poderíamos e nem deveríamos implantá-la de forma abrupta, pois poderia não funcionar a contento e os professores reforçarem e desenvolverem mais concepções negativas sobre o método.

Assim, optamos por começar a implantar a Modelagem de forma gradativa, fazendo variar em número e grau as atividades que competiam aos alunos e a professora, puxando, inicialmente, para nós o maior número de atividades. Soma-se a isso o fato de que, se o professor 'controla' o processo ele pode 'controlar' o conteúdo que quer explorar, o que é interessante para o ensino regular.

Seguindo essa linha de raciocínio e a orientação de Biembengut e Hein (2003), de trabalhar com um único tema, entendemos que o professor pode trazer para a sala de aula recortes de jornais ou de revistas acompanhados de problematizações, de modo que, ao serem traduzidos para a linguagem simbólica da matemática, favoreçam aos alunos o trabalho com diversos modelos matemáticos, construídos por eles mesmos, a partir de conhecimentos prévios.

Tendo a compreensão do que é Modelagem no âmbito da educação Matemática, de que há várias formas de organizar e conduzir atividades de Modelagem em sala de aula e das especificidades do contexto em que iríamos utilizá-la, concebemos Modelagem Matemática como *um ambiente de ensino e de aprendizagem, no qual o professor, através de problematizações de situações com referência na realidade, oportuniza ao aluno a construção de modelos matemáticos, sobre os quais ele faça inferências e/ou projeções, cabendo ao professor o acompanhamento das atividades, no sentido de conduzir o aluno na/para a construção do conhecimento matemático previsto no conteúdo programático da escola.*

Nós nos incluímos, assim, na primeira região de possibilidade para a utilização da Modelagem em sala de aula - **Caso 1** - de Barbosa (2003, p.69), no qual “o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos (...), acompanhados pelo professor, (...) a tarefa de resolver o problema” e chegar a um modelo que o represente e possa ser generalizado para outras situações semelhantes. Consideramos que todas as vezes que o aluno, a partir de conhecimentos próprios anteriores ou atuais, construa um modelo matemático representativo de um problema com referência na realidade, está fazendo uma Modelagem

Matemática.

Modelagem Matemática, portanto, foi entendida por nós como um processo que envolve a construção de um modelo matemático por parte do aluno, sob a orientação do professor que conduz o trabalho, de modo que o aluno ao construir/elaborar o modelo, também construa e elabore 'novos' conhecimentos matemáticos.

A MATERIALIZAÇÃO: Modelagem Matemática na 1ª série do EM

Estabelecida a perspectiva ou a forma como conceberíamos Modelagem Matemática, para aquele momento, o passo seguinte foi materializá-lo em uma turma de 1ª série do Ensino Médio. Para isso, obedecemos às etapas já propostas por Biembengut e Hein (2003, p.18-22): **diagnóstico, escolha do tema e desenvolvimento do conteúdo programático**, por meio da construção de modelos segundo a **interação, a matematização** e a validação do **modelo matemático**.

Para o **desenvolvimento do conteúdo programático**, assumimos a responsabilidade pela busca de dados qualitativos e quantitativos sobre o tema a ser problematizado, por meio de um estudo indireto, utilizando jornais, revistas, livros e/ou páginas da Internet. Já a **matematização** e a construção do **modelo matemático** foram de uma responsabilidade compartilhada, em que coube à professora conduzir o aluno na/para a construção do modelo matemático, de forma significativa, no sentido deste compreender o que fez do ponto de vista do conhecimento matemático escolar e de saber reproduzir para situações semelhantes.

Aplicamos a presente proposta de ensino durante o 2º semestre de 2004, em uma turma de 1ª série do Ensino Médio de uma escola da rede Federal de ensino, em Belém do Pará, cuja filosofia de trabalho, apoiada em três eixos norteadores – coletividade, inovação e criticidade –, aponta para a criação de oportunidades que façam com que o educando venha a ser crítico, dialógico, criativo, inovador, consciente de sua própria dignidade e de seu papel como homem histórico e, principalmente, amazônico.

Ora, se queríamos implantar e analisar a

Modelagem Matemática como um ambiente de ensino e de aprendizagem que, dentre outras coisas, promete desenvolver habilidades no aluno que o levem a compreender a realidade sócio-cultural na qual está inserido, por meio do conhecimento matemático escolar, e que, com isso, acreditamos que é possível instrumentalizar o aluno para operar mudanças, ou inovar, através de ações criativas e coletivas idealizadas após um diálogo crítico com a realidade, então, não estávamos ferindo em nada a filosofia da escola, ao contrário, indo ao seu encontro e, por isso, sentimo-nos à vontade para “experimentar”.

Também colaborou para a implantação do ambiente de Modelagem o fato de essa escola desenvolver atividades na área da pesquisa, do ensino e da extensão, pois ao mesmo tempo que oferece escolaridade Básica para seus alunos, conforme os critérios estabelecidos pela atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996), tem como função ser um campo de estágio para Licenciandos de Instituições de Ensino Superior e um campo de pesquisas para profissionais da educação ou áreas afins, em sua formação inicial, continuada e/ou em serviço.

O que significa dizer que dos três eixos empregados por Barbosa (1999, p.17) para identificar as dificuldades apontadas por professores quanto ao uso da Modelagem em sala de aula - alunos, escola e professores -, a Escola enquanto estrutura organizacional não oferece barreira à implementação da Modelagem, nem inibe as iniciativas que tenham esse fim.

Nessa Escola, desconhecemos se existe por parte das coordenações algum tipo explícito de cobrança quanto ao cumprimento dos conteúdos, entretanto, existe entre professores e alunos um compromisso oculto (porque na maioria das vezes não é verbalizado), gerado pela confiança do aluno no trabalho do professor e pela vontade deste em corresponder às expectativas do aluno. Ou seja, os alunos esperam que o professor cumpra o conteúdo, para que eles possam participar dos Processos Seletivos em pé de igualdade com os alunos das outras escolas, e o professor, também quer cumprir o conteúdo, para não perder a credibilidade e a confiança que lhe conferem os

alunos, seus pais e a própria Escola.

O conteúdo matemático programado para a 1ª série, nessa Escola, é, fundamentalmente, o estudo formal das *funções*. A Modelagem, nos termos em que foi definida na presente pesquisa, foi utilizada por ocasião do desenvolvimento de funções polinomiais (1º e 2º graus) e exponenciais. E, ao pensarmos na Modelagem para esses tópicos, houve a preocupação em relação ao quanto e ao que de cada conteúdo poderia contribuir em maior grau para habilitar os alunos a escreverem com autonomia suas próprias *funções/modelo*.

Embora tenhamos alguma preocupação quanto ao cumprimento integral dos conteúdos previstos para qualquer que seja a série, posto que, para entender/traduzir e “resolver uma situação complexa, o primeiro elemento exigido é conhecer os seus conteúdos” (MORETTO, 2004, p.20), entendemos que precisamos fazer uma seleção do que seria, para aquele momento, mais pertinente trabalharmos dentro dos conteúdos elencados para a pesquisa. Qual enfoque a ser dado, ou, em outras palavras, de que forma abordariamos essas *funções* dentro da perspectiva de Modelagem proposta, levando em consideração nossos objetivos de ensino e o tempo disponível para o ensino e para a aprendizagem.

Um enfoque possível desse conteúdo [...], consiste em apresentar as funções como uma relação particular entre elementos de dois conjuntos, [...]. Seguem-se definições de conceitos como domínio, contradomínio, [...] e exercícios pedindo que se encontre, digamos, a imagem, em funções abstratas, que não estão ligadas a nenhuma aplicação. Depois passa-se ao estudo de funções específicas [...]. Nesse tratamento, enfatizam-se problemas cujo contexto é exclusivamente matemático, [...] para os quais estabelecem-se procedimentos de resolução mais ou menos algorítmicos. Podem surgir alguns problemas 'de aplicação', [...] mas eles não constituem a parte fundamental do aprendizado. Um outro enfoque do mesmo conteúdo aborda as funções como uma maneira de exprimir uma relação entre grandezas variáveis. Ideias como domínio, imagem, contradomínio, são apresentadas com brevidade, somente em situações significativas [...]. Neste caso, os problemas mais importantes têm o objetivo de encontrar modelos matemáticos para certas variações,

expressá-las algebricamente, calcular máximos, mínimos, etc. Usando a conceituação da Didática da matemática dos franceses, no primeiro enfoque, as funções são objeto de estudo; no segundo, elas são **ferramentas para estudar a realidade**. Os objetos matemáticos podem ser estudados sempre num contexto matemático, enquanto que as ferramentas precisam ter como contexto as várias ciências (LELLIS & IMENES, 2001. p. 44-5). [grifos nossos]

Assim, se queríamos ensinar *funções* de modo que estas fossem um conhecimento útil para interpretar e resolver problemas, para que os alunos pudessem ter uma participação mais ativa no mundo em que vivem, então, nosso enfoque, ao tratar o referido assunto, foi o segundo apontado por Lellis & Imenes (2001. p. 44-5). Portanto, entendemos *funções* como “ferramentas para estudar a realidade” e trabalhamos para que os alunos adquirissem habilidades em manuseá-las.

Para modelar situações com referência na realidade, segundo *funções* polinomiais do 1º e 2º graus e/ou exponenciais, e, com elas, resolver problemas, entendemos que os alunos precisavam:

- ✓ Identificar as principais variáveis do problema e estabelecer a relação de dependência gerando o *modelo/função*, na forma analítica, gráfica e/ou tabular;
- ✓ Realizar corretamente inferências e projeções sobre o modelo obtido.

Com essa finalidade, foi dado no ensino das referidas *funções* ênfase nos seguintes aspectos:

- ✓ construções de tabelas em que foi possível identificar as variáveis, bem como a relação que as envolve (linear, quadrática ou exponencial);
- ✓ montagem e a análise de gráficos para o que foi necessário os conceitos de domínio, de imagem, de crescimento e de decrescimento;
- ✓ cálculos de valores numéricos;
- ✓ resolução de equações para determinação das raízes
- ✓ e propriedades de logaritmos,

sempre a partir de uma situação-problema com referência na realidade.

Todas as etapas do processo de Modelagem foram norteadas por um **tema**, escolhido por nós, cuja finalidade foi envolver e motivar os alunos, para a resolução de um problema.

Reconhecemos que a escolha do tema feita pelos alunos pode trazer vantagens, como elemento motivador para o processo, já que “o ambiente de aprendizagem que o professor organiza pode apenas colocar o convite. O envolvimento dos alunos ocorre à medida que seus interesses se encontram com esse” (BARBOSA, 2001, p.6).

Mas como Biembengut e Hein (2003, p-20) colocam que o tema escolhido pelo aluno pode não ser adequado para desenvolver o programa ou ainda ser muito complexo e exigir do professor um tempo que não têm, escolhemos o tema, acatando a sugestão de Caldeira (2004, p.10) de trabalharmos com temas “relacionados à sustentabilidade e à qualidade de vida”, com a intencionalidade de “*mudar as relações humanas, sociais e ambientais que temos hoje*” [grifo do autor].

Conforme alerta Barbosa (2000), ao escolhermos o tema, podemos antecipar os conteúdos matemáticos que serão usados e, dessa forma, atender ao que está preestabelecido no planejamento da escola. “Assumir configurações mais controladas [...] oportuniza um 'caminho pavimentado' aos professores e aos alunos não-familiarizados com a Modelagem para se moverem para este [e neste] ambiente” (p.58).

O tema deve ser abrangente para que possa propiciar uma gama de problematizações e não se tornar cansativo para o aluno. Ser de fácil acesso para o aluno investigar o que precisar. Além de ser relevante para a sua formação.

Nesses termos, escolhemos como tema questões ambientais relacionadas com a água, pois além de ser abrangente, os alunos, como fruto do meio que são, carregam informações adquiridas fora da escola através de conversas com outras pessoas, de experiências pessoais, ou dos meios de comunicação. Por outro lado, é

fácil o acesso às informações pertinentes ao meio ambiente, já que as problemáticas com essa referência, são rotineiramente divulgadas pela mídia.

A compreensão dos fenômenos que ocorrem no ambiente pressupõe o domínio de alguns conceitos, de ferramentas e/ou de procedimentos matemáticos, a partir do que podemos vislumbrar a possibilidade de ensinar Matemática e, ao mesmo tempo, sensibilizar os alunos para as questões ambientais.

A água é um importante recurso natural que vem sendo mal utilizado e as consequências disso podem interferir de um modo direto na vida das pessoas e, por morarmos em uma região de grande potencial de recursos hídricos - o que aumenta nossas responsabilidades -, parece-nos ser um assunto interessante para despertar no aluno ideias de que pequenas mudanças de atitude podem representar grandes ganhos para a natureza e, conseqüentemente, para a população do mundo. Assim, escolhemos o tema “água” e, a partir dele, estabelecemos *links* com diversas outras questões ambientais.

Tomando por base os procedimentos recomendados para a obtenção de um modelo e a forma como concebemos Modelagem Matemática, elaboramos Atividades de ensino em que os alunos, a partir de um problema com referência na realidade, e de seus conhecimentos anteriores, deveriam escrever *funções*/modelos, para sobre eles, e, com eles, dar respostas ao problema proposto.

Como já estava previsto que os alunos não sairiam da sala de aula para coletar dados, coube a nós fazermos a pesquisa de campo, buscando informações pertinentes ao tema escolhido em revistas, jornais, internet e até uma visita a Companhia de abastecimento de água do Estado do Pará.

Já de posse de um considerável acervo sobre a água, começamos o difícil tratamento da informação, no sentido de reconhecer e selecionar variáveis relevantes que pudessem estar gerando dados para possíveis problematizações envolvendo *funções*. E, num genuíno trabalho de Modelagem Matemática, elaboramos quatorze atividades condizentes com nossos objetivos de ensino: trabalhar com as funções do 1º, 2º grau e exponencial como

ferramentas para a compreensão de questões ambientais.

Todas as **Atividades de Modelagem** foram compostas a partir de um pequeno texto cujo objetivo era envolver o aluno com a problematização que viria a seguir. Os textos não interferiam na resolução do problema e tinham a intenção de, através da leitura, transportar/convidar o aluno para dentro do problema proposto. Acreditamos que se o aluno sente-se personagem do problema, este será seu e, por consequência, ele buscará com mais afinco recursos para resolvê-lo.

Os dados numéricos utilizados foram, por via de regra, oriundos da pesquisa de campo, portanto, “reais”. Os problemas, entretanto, foram elaborados por nós, forçando os alunos a utilizarem o conteúdo determinado no planejamento. É o que chamamos de “problemas com referência na realidade”.

Para montar as **Atividades**, precisamos também ter bem definido o que se queria ensinar. Portanto, como queríamos ensinar *funções* polinomiais do 1º e 2º grau e/ou exponenciais para a compreensão e solução de problemas reais, todas as **Atividades** primaram pela construção desses modelos, a partir da tradução de um texto, ou da análise de gráficos e tabelas, com os quais os alunos deveriam responder às perguntas subsequentes.

Todo o instrumental necessário para esse fim foi fornecido ao aluno, em aulas que antecederiam a aplicação das **Atividades**, através de exercícios. Dessa forma, os alunos logo, ao chegarem a sala de aula, recebiam as **Atividades** nas quais eram “convidados” a trabalharem na solução de *problematizações de situações com referência na realidade*, contando com conhecimentos já adquiridos.

Procuramos também adequar cada uma das **Atividades**, ao nível cognitivo do aluno. Não eram nem muito fáceis, a ponto de o aluno não encarar como um verdadeiro problema, nem tão difíceis, fazendo o aluno acreditar que não tinha condições de resolver, desmotivando-se na busca da solução. Todas as **Atividades** sempre apresentavam alguma “novidade” para o aluno, fazendo-o avançar em seus conhecimentos.

Segundo a nossa proposta de

Modelagem, era competência da professora dar oportunidade para que os alunos construíssem os modelos/*funções*, o que nos remete a refletir sobre como a professora deve conduzir a realização das **Atividades** ou qual o papel do professor nas aulas de Modelagem?

Como acreditamos que é o aluno, num esforço deliberado e individual, quem constrói seu próprio conhecimento, e que “o professor na verdade o ajuda nessa tarefa de construção, intermediando a relação entre o aluno e o saber” (ANTUNES, 2002, p.22), para que a professora, no momento da aplicação das **Atividades**, *conduzisse o aluno na/para a construção dos modelos/funções*, e dessa forma, construíse seus conhecimentos sobre *funções* seriam necessários os seguintes procedimentos:

- ✓ Posicionar-se sempre como alguém que não sabe a resposta do problema, mas como alguém que também está em busca de;
- ✓ Valorizar a resolução do aluno, muito mais do que a solução dada ao problema;
- ✓ Responder sempre uma pergunta com outra pergunta, direcionando sempre para que o próprio grupo chegasse a uma conclusão;
- ✓ Conduzir o aluno à constatação de seu erro através de perguntas realizadas sobre a sua produção;
- ✓ Não aceitar somente a resposta do problema, mas conduzir o aluno a explicitar por escrito cada passagem na/para a elaboração da solução;
- ✓ Insistir para que o aluno consulte seu próprio material e os componentes do grupo, antes de chamar a professora;
- ✓ Valorizar os acertos ou os progressos apresentados pelos alunos.

Durante três meses, em três encontros semanais de uma hora e meia cada, ora aplicando as **Atividades**, ora resolvendo exercícios, trabalhamos com uma perspectiva de Modelagem, sobre a qual faremos uma breve avaliação a guisa de considerações finais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sobre a Modelagem Matemática como método de ensino.

A partir do momento que encontramos uma forma de utilizar a Modelagem Matemática em cursos regulares, com conteúdos e tempo predefinidos, passamos a entender os obstáculos e as dificuldades à sua implementação nesses cursos, comumente citados por professores e pesquisadores, como **variáveis condicionantes**. Tais variáveis estão relacionadas com a estrutura organizacional da escola, as limitações e os interesses do professor e de seus alunos.

Assim, cruzando os pressupostos da Modelagem às **variáveis condicionantes** de cada contexto educacional, podemos, de várias formas, conceber e materializar a referida estratégia de ensino-aprendizagem. As **variáveis condicionantes** resumem o “onde” e o “para quê” a Modelagem será utilizada, e, são determinantes para a forma “como” podemos organizar e conduzir atividades de Modelagem em nossas salas de aula.

Como consequência, criam-se diversas perspectivas de Modelagem para o ensino e para a aprendizagem da Matemática. E, considerar a Modelagem através de configurações diferentes, representa um avanço em sua viabilidade (BARBOSA, 2000, p.59).

Acreditamos que a original Modelagem Matemática, método de ensino-aprendizagem, que parte de uma situação–tema, escolhida pelos alunos e/ou pelos professores e, sobre os quais se desenvolvem questões que tentarão ser respondidas mediante o uso do ferramental matemático, para ser **fielmente e continuamente** aplicada em nossas salas de aula para o ensino de Matemática, precisa de um projeto pedagógico que a contemple. Caso contrário, seu uso, pode ficar restrito a experiências isoladas.

Enquanto estivermos “presos” a conteúdos a cumprir em predeterminado tempo, enquanto os currículos de nossas escolas estiverem com as disciplinas fragmentadas, onde cada professor que as representa fala de um conhecimento de forma isolada, o máximo que

consequiremos é utilizar a Modelagem de forma esporádica.

A Modelagem Matemática prescinde de intra - inter e multi-disciplinaridade, além da liberdade de se trabalhar com vários e incertos (no sentido de não previsto em planejamentos anuais) conteúdos, matemáticos ou não, em um tempo determinado pelo nível cognitivo do modelador, no caso, o aluno.

Entretanto, sabemos que esse cenário instalado nas escolas está longe de ser modificado, principalmente nas escolas de nível médio, no qual ainda temos os processos seletivos de ingresso ao Ensino Superior a nos determinar procedimentos. Logo, referendamos o estudo sobre as variáveis condicionantes de cada contexto educacional como meio de se encontrar formas de organizar e conduzir atividades de Modelagem Matemática nas salas de aula.

Sobre o conteúdo matemático

Mesmo tendo nos esforçado para colocar o aluno como o centro do processo de ensino aprendizagem no momento do planejamento e da elaboração das **Atividades de Modelagem**, foi o conteúdo a cumprir, exigido pela realidade na qual estamos inseridos, que falou mais alto e, todas as nossas intenções de ensino visaram ao aprendizado desse conteúdo.

Desde o planejamento, nossa meta foi não somente cumprir o conteúdo, mas também uma aprendizagem significativa deste, o que prescindiu de um tempo maior para o desenvolvimento das **Atividades**. Um tempo para que os alunos conseguissem estabelecer as relações substantivas e não-arbitrárias entre o que já sabiam e o que precisavam aprender.

Trabalhar com Modelagem em que o aluno é o centro do processo de ensino-aprendizagem, demanda tempo em horas aula, e, levando em consideração que em uma escola o tempo determinado a cada disciplina é fechado/inflexível, precisamos estabelecer algumas metas mínimas, dando maior/menor ênfase a determinados conteúdos, conforme seu nível de importância para a meta que se deseja alcançar. Trata-se de subordinar o conteúdo ao desenvolvimento de capacidades conforme nos recomenda Pozo (2003, p.49):

Não se trata de renunciar a ensinar esses conteúdos, mas de compreender que sua seleção, sua organização e o nível de exigência com o qual são propostos devem estar subordinados a outras metas mais gerais. A entropia, a mudança climática, as **funções matemáticas** ou a morfossintaxe serão dominadas e compreendidas mais facilmente à medida que seu ensino estiver dirigido ao desenvolvimento de capacidades que tornam possível seu uso, à medida que esses conteúdos específicos forem trabalhados para desenvolver capacidades e não como um fim em si mesmos. [**grifos nossos**].

Logo, estabelecer os objetivos de ensino e reestruturar o currículo de forma a dar conta daqueles são ações necessárias ao trabalho com Modelagem Matemática, que traz implícita em seus procedimentos o fomento ao desenvolvimento de capacidades discentes, dentre as quais destacamos a de aprender a aprender.

Sobre o aluno e a Modelagem

Um dos obstáculos apontados por professores para a utilização da Modelagem Matemática em cursos regulares, citado em Bassanezi (2002, p.37), e que mereceu a nossa atenção, diz respeito ao fato de o aluno estar acostumado ao ensino tradicional, em especial, o da Matemática, e, com o uso da Modelagem, ele pode perder-se ou tornar-se apático, além do tema ser interessante para alguns e desinteressante para outros, dado a heterogeneidade da turma.

De fato, os alunos, principalmente os do Ensino Médio, com um mínimo de 9 (nove) anos de escolaridade regular, apresentam algumas atitudes comuns, que acreditamos serem resultados do ensino tradicional, com qual o aluno demonstra uma certa identificação, gerando uma resistência a qualquer outro tipo de método.

O ensino tradicional da Matemática, embora tenha certo poder de exclusão, é mais cômodo para o aluno. É exigido deste apenas a memória para gravar todos os procedimentos realizados na sala de aula e saber reproduzi-los nas provas e testes, em que se avaliam os resultados obtidos e não o processo de aprendizagem, tendo esta ocorrida ou não.

O aluno não tem oportunidade para refazer suas tarefas ou estabelecer novas e mais coerentes relações com o objeto de aprendizagem. Os conteúdos são normalmente apresentados desconectados dos demais em aulas organizadas segundo a sequência: definição-exemplos-exercícios-aplicações.

No ensino por Modelagem, exigem-se outras atitudes do aluno em sala de aula. Ele passa a ser o centro do processo de ensino-aprendizagem, pois é responsável pelos resultados obtidos e pela dinâmica do processo. Em contrapartida, conta com uma certa liberdade para resolver os problemas que lhe são propostos, a ênfase na avaliação é colocada no processo de obtenção do modelo, que no mínimo pode estar incoerente ou inconsistente, levando-se em conta a realidade que representa, mas que o próprio aluno, dentro do processo de Modelagem, tem condições de testar e otimizar, refazendo seu trabalho, elevando seu nível de aprendizagem e consequente nota.

Bassanezi (2002, p.38) argumenta que, na Modelagem, “mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas, caminhar seguindo etapas em que o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado”, pois é nesse momento que o aluno tem oportunidade de estabelecer relações não arbitrárias e substantivas entre o que já sabe e o que precisa aprender, e esforçar-se para tal, desenvolvendo assim, capacidades.

Dessa forma, por todas as vantagens oferecidas ao aluno no trabalho com Modelagem, não se torna difícil “convencê-lo” a participar, mesmo este necessitando de um maior empenho deles em sala de aula.

No nosso caso, em especial, não existiu um convite formal. Não dissemos aos nossos alunos que iríamos trabalhar com Modelagem Matemática. Simplesmente, fomos trabalhando conforme os critérios já elencados aqui, procurando vencer a resistência dos alunos e, aos poucos, eles foram se deixando seduzir por uma forma de ensino que “nós da 101 [identificação da turma] nunca tínhamos trabalhado” (Mu).

Em uma pesquisa feita com os alunos participantes da pesquisa sobre a satisfação pessoal quanto ao método de ensino utilizado, somente 01 (um) aluno manifestou-se insatisfeito.

tá muito devagar ... tipo, eu acho que cabe a nós, alunos, nos adequarmos ao método de ensino do professor, e não o professor a nossa 'lentidão'. A gente passa 2 horas de aula só em uma atividade” (An).

Realmente, o trabalho fluía devagar, porque seguia o ritmo da maioria dos alunos, que talvez, para esse aluno, pudesse ser um pouco mais acelerado. Entretanto, ficamos satisfeitos com os níveis de aprendizagem alcançados pelos alunos.

O tempo utilizado se revelou extremamente útil e produtivo, porque o aluno desenvolveu capacidades, tais como leitura e interpretação de gráficos, tradução de um problema para a linguagem simbólica da matemática, crítica às diferentes soluções obtidas para um problema e busca de forma autônoma resolver os problemas propostos.

E as capacidades são mais duradouras e transferíveis do que os conteúdos concretos dos quais são adquiridas. Quem adquiriu alguma das capacidades descritas dificilmente esquece; em troca, pode esquecer com muita facilidade, todos nós o fazemos, os dados e, inclusive, as interpretações em que se apoiam (POZO, 2003, p.48).

Ao mesmo tempo, o trabalho por Modelagem transformou a turma apática e desinteressada em participativa e questionadora. Ao “convidarmos” os alunos a resolverem problemas com referências na realidade, a partir de conhecimentos já adquiridos por eles ou pelo grupo, com vistas à formação de outros, víamos a turma toda se mobilizar para o desenvolvimento das **Atividades**. Para evitar que o aluno se perdesse e até para organizar as suas “descobertas”, fazíamos constantemente esquemas, resumos e exercícios de fixação.

A partir de depoimentos, e de nossas

observações, podemos inferir que “o procedimento de uma modelagem pode ser muito mais eficiente do que simplesmente trabalhar com o método tradicional” (BASSANEZI e BIEMBENGUT, 1997) porque:

i) o aluno consegue compreender os conceitos e entes matemáticos e, por consequência, atribuir alguma utilidade à Matemática, ou algum sentido para o que estudam na escola.

Antes achava a Matemática difícil, sem utilidade e não conseguia acompanhar (Ka);

A vantagem é que a gente consegue relacionar a Matemática com o dia-a-dia (An);

Eu gostei muito das aulas de Matemática, porque consegui entender os porquês (*sic*) que essa matéria tem (Wi);

Antes Matemática para mim era só teoria e conceito e servia somente para fazer contas. Agora, acho que ela serve para entender os problemas da sociedade (An).

ii) motiva o aluno para aprender e estudar Matemática, além de favorecer uma maior participação dos alunos em sala.

Antes não me esforçava nas aulas de Matemática (Za);

O método utilizado foi bem interessante, até motivou quem não queria nada (Ge);

Vou lhe contar o quanto eu passei a gostar de Matemática. Na minha sala de aula, a professora de matemática ensina a gente brincando, o método que ela utiliza é bem legal, ou seja, interessante, dá vontade de aprender participar (Za);

Esse ano foi a primeira vez que eu realmente gostei de estudar matemática, achei muito legal essa forma como nos ensinaram (Su);

O método utilizado me ajudou a gostar mais de matemática (Jé).

iii) facilita a aprendizagem significativa porque são instigados a resolver problemas que lhe são concretos, através de conceitos e de procedimentos que já lhes são conhecidos, no sentido de construir outros, o que contribui para o estabelecimento de relações não arbitrarias e substantivas.

Ajudou a gente a entender melhor a ter vontade de aprender (Lo);

As aulas de Matemática durante o ano letivo de 2004, foram boas e proveitosas, devido a esta nova metodologia que fez com que eu aprendesse de uma forma simples (Su); Eu no começo estava sem vontade mas depois que consegui resolver os problemas que foram passados em sala de aula, me senti, feliz, contente, confiante (Wi).

iv) favorece as relações inter-pessoais, aluno-professor e aluno-aluno, contribuindo para a manutenção de ambientes de ensino-aprendizagem atraentes e agradáveis.

Minhas aulas de Matemática foram ótimas, aprendi muitas coisas com a professora os estagiários até com meus colegas, aprendi a gostar de matemática (Ba).

Não só pelo aspecto motivacional o método se revelou eficiente, mas também com relação às aprendizagens significativas que favoreceu. O trabalho com Modelagem pareceu favorecer as relações substantivas e não arbitrarias entre o que o aluno já sabe e o que precisa aprender, conforme podemos observar na transcrição colocada a seguir, resultado de um diálogo ocorrido entre a professora e uma aluna, por ocasião do término do estudo da função linear e início do estudo da função exponencial, segundo os mesmos critérios.

Ka: Professora, agora vai ser tudo mais fácil.

Prof.: Por quê?

Ka: Porque vai ser só repetir tudo o que fizemos para a outra função. Agora a gente já sabe dessas coisas de domínio, imagem e gráfico.

Prof.: é verdade.

Embora não possamos dizer muita coisa com relação à mudança de atitudes dos alunos, com relação às questões ambientais relacionadas com a água, pois não temos informação sobre como agiam ao retornarem para suas casas, podemos inferir que nossa abordagem parece ter influenciado de alguma maneira as opiniões dos alunos sobre a água, o que pode ser considerado como um indicativo para mudanças de atitudes.

Agora sei que a gente gasta muita água (Wi);

Aprendi a economizá-la (Raw);

Agora eu cuido melhor para preservar um pouco que temos (Iv);
 Descobri que serve pra outras coisas, o lazer, por exemplo (Za);
 É vital para toda a vida no planeta (An);
 Temos que saber usar, pois é um bem da humanidade (Mu);
 Soube da sua importância (Ra);
 Devemos economizar água (Ka);
 Bem precioso e não é inesgotável (Jé);
 Tem que preservar (Mi).

De todos os argumentos favoráveis à utilização da Modelagem Matemática, podemos classificar, como os mais visíveis, a motivação para aprender, bem como a facilitação do aprendizado e a melhora nos níveis de participação, contribuindo, dessa forma, para a diminuição da passividade do aluno perante a Matemática e sua própria aprendizagem, além da implantação e da manutenção de um atraente e agradável ambiente de ensino e aprendizagem.

Sobre os professores e a Modelagem

Foi o desejo de modificar nossa prática e melhor contribuir para a formação dos alunos conforme às demandas atuais da sociedade que nos moveu até aqui. E, agora, olhando para os resultados obtidos, referendamos nossas crenças de que a Modelagem Matemática é uma alternativa.

Como concebemos Modelagem Matemática segundo as **variáveis condicionantes** da realidade na qual estamos inseridos, e que já foram apontados como obstáculos à implantação da Modelagem, em pesquisas anteriores, tais como tempo e conteúdo programático a cumprir, ou falta de preparo dos alunos para a referida abordagem, esses não se afiguraram para nós como obstáculos.

Entretanto, outros obstáculos evidenciaram-se na forma de dificuldades, por ocasião da aplicação do método em sala de aula, o que está intimamente relacionado com nossa forma habitual de ensinar ou com o fato de sermos iniciante nesse tipo de abordagem pedagógica.

Oportunizar a construção de conhecimento não faz parte da maioria das aulas de matemática, nas quais, tradicionalmente, os professores esforçam-se em transmitir

conhecimentos, predeterminados nos planejamentos escolares. E, dessa feita, criar tal oportunidade.

É muito fácil e cômodo chegar à frente de uma turma e dali discursar sobre um conhecimento, diante de alunos quietos a copiar, dando-nos a ilusão de que estão entendendo/aprendendo tudo, e, assim, saímos de uma sala e entramos na outra com um sentimento de dever cumprido. Difícil é ser hábil para oferecer ao aluno condições para que ele próprio construa e discursar sobre o conhecimento, e ser paciente para esperar o tempo que for necessário para que isso ocorra.

Embora tenhamos elaborado uma forma de nos posicionar em sala de aula, por ocasião da aplicação das Atividades de Modelagem, a partir da compreensão de que é o aluno, num esforço individual e deliberado, quem constrói seu próprio conhecimento e que o professor apenas intermedeia a relação entre o aluno e o conhecimento, em muitos momentos, não sabíamos o que fazer e, em outros, nos arrependíamos do que tínhamos feito ou, no mínimo, achávamos que estávamos fazendo tudo errado.

Por outro lado, a reflexão sobre as práticas, quase que invariavelmente, produzem algum conhecimento sobre a forma como os alunos aprendiam ou não, que dúvidas têm ou que interpretações faziam. Isso nos favorecia uma nova ação na perspectiva de otimizar a aplicação das **Atividades**.

Acreditamos que tais circunstâncias sejam, sobretudo, inerentes à pesquisa sobre a ação, e que não devem servir de desmotivação para a utilização da Modelagem, pois, entendemos que, nesse caso, em especial, “habilidade e segurança só se ganham com experiência” (BIEMBENGUT e HEIN, 2003, p.29).

Entre o reconhecimento das vantagens que a Modelagem Matemática pode trazer para o ensino-aprendizagem e a sua aplicação, existe um caminho permeado de estudos e de pesquisas a ser percorrido. Daí vem que a adoção da Modelagem, como método de ensino da Matemática, demanda do professor disposição para adquirir conhecimentos interdisciplinares e multidisciplinares, e um espírito inovador,

umentando sua iniciativa para a pesquisa e de flexibilidade perante os obstáculos (BARBOSA, 1999).

REFERÊNCIAS

ANTUNES, C. Vygotsky, quem diria?! Em minha sala de aula. 2. ed. f. 12. In: _____ *Na sala de aula*. Petrópolis-RJ: Vozes, 2002.

BARBOSA, J.C. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? In: *Zetetiké*, Campinas, v.7, n.11, 1999. Disponível em: <http://sites.uol.com.br/joneicb> . Acesso em: 05/06/2004.

_____. Uma perspectiva para a modelagem matemática. In: *Anais do IV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática*. Rio Claro: Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, 2000.

_____. Uma perspectiva de modelagem matemática. In: *CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 3., 2003a, Piracicaba. Piracicaba: UNIMEP, 2003. 1. Disponível em: <http://sites.uol.com.br/joneicb> . Acesso em: 05/06/2004.

_____. Modelagem matemática na sala de aula. In: *Perspectiva*, Erichim (RS), v.27, n.98, junho/2003b.

BASSANEZI, C.B. *Ensino –aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. & HEIN, N. *Modelagem matemática no ensino*. 3.ed. São Paulo: Contexto, 2003.

D'AMBRÓSIO, U. *Dos fatos reais à modelagem uma proposta de conhecimento matemático*, 1999. Disponível em: <http://vello.sites.uol.com.br/modelos.htm> Acesso em: 21/06/2004.

_____. *Educação matemática da teoria à prática*. 8ed. São Paulo: Papirus, 2001.

LELLIS, M. & IMENES, L.M. A Matemática e o novo ensino médio. In: *Educação Matemática em Revista*. n. 9/10. p.40-8. Abril, 2001

MORETTO, V.P. *Construtivismo: a produção do conhecimento em aula*. 3.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2003.

_____. *Prova – um momento privilegiado de estudo – não um acerto de contas*. 4.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2003.

PATROCÍNIO Jr, C.A. do, Modelagem Matemática: algumas formas de organizar e conduzir. In: *VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*, 2004, Recife. Recife: SBEM/PE, 2004, 1 CD-ROM.

POZO, J.I. (Org.) *A solução de problemas: aprender a resolver; resolver para aprender*. Trad.: Beatriz Afonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. In: *Bolema – Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro, n.14, p.66-91, 2000.