

“O Aniversário Maternaluco da Laura”: análise de movimentos epistêmicos na resolução de problemas de estrutura multiplicativa

“Laura’s Mathematical Madness Birthday”: An Analysis of Epistemic
Movements in Solving Multiplicative Structure Problems

Renan Oliveira Altoé¹

Rony Cláudio de Oliveira Freitas²

Resumo

Este artigo apresenta análises de movimentos epistêmicos realizados por estudantes no processo de resolução de problemas de estruturas multiplicativas, revelados por meio de gestos e toques em tela. De natureza qualitativa, em uma abordagem interpretativa, os dados foram produzidos com quatro estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal de Educação Básica de Tempo Integral (EMEBTI) do município de Vargem Alta – ES. O processo de interpretação dos movimentos epistêmicos, revelados por meio de gestos e toques em tela no desenvolvimento da história “O Aniversário Maternaluco da Laura”, ocorreu por meio da Representação Esquemática Multimodal de Análise de Dados (REMAD). As conclusões caminham na direção de que os movimentos gestuais e os toques em tela revelam ações do pensamento no processo de resolução de situações matemáticas, evidenciando que o corpo participa da produção de conhecimento, seja na coleta, seja na conexão de estruturas, denunciando modos de pensar matematicamente.

Palavras chave: Resolução de Problemas; Cognição Corporificada; Estruturas Multiplicativas.

Abstract

This article presents analyses of epistemic movements performed by students during the process of solving multiplicative structure problems, as revealed through gestures and touchscreen interactions. Adopting a qualitative and interpretative approach, the data were produced with four fourth-grade students from a full-time Municipal School of Basic Education (EMEBTI) in the municipality of Vargem Alta, Espírito Santo, Brazil. The process of interpreting the epistemic movements, manifested through gestures and touchscreen interactions during the development of the story “Laura’s Mathematical Madness Birthday”, was conducted using

¹ Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo (Sedu) | renan.o.altoe@gmail.com

² Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes) | freitasrco@gmail.com

the Multimodal Schematic Representation for Data Analysis (REMAD). The findings indicate that gestural movements and touchscreen interactions reveal actions of thought in the process of solving mathematical situations, highlighting that the body participates in the production of knowledge, whether through the collection or the connection of structures, thereby revealing ways of mathematical thinking.

Keywords: Problem Solving; Embodied Cognition; Multiplicative Structures.

Introdução

As discussões que envolvem o ensino e a aprendizagem de matemática têm destacado a importância das múltiplas interações sociais em sala de aula, reforçando compreensões mais amplas de que o processo educativo se desenvolve a partir de diferentes multimodalidades. Segundo Freitas e Sinclair (2014), existe uma longa tradição em associar o sucesso na matemática a vários sentidos ou a órgãos sensoriais particulares (visão e audição, por exemplo), elevando sua importância no debate sobre o sentido matemático (ou pensamento matemático, como queiramos conceber).

Na resolução de problemas, o ato de conhecer — ao qual nos referimos como o processo de apreender propriedades de objetos por meio da experiência e da abstração, fundamentado em processos cognitivos, cujo conhecimento é característica do sujeito que conhece — se intensifica a partir de variadas ações do corpo e da mobilização de ferramentas tecnológicas. Assim, temos defendido a necessidade de valorizar o corpo em suas mais variadas formas, destacando, por sua vez, os movimentos das mãos (gestos e toques em tela) como ações humanas de incorporação de significados no processo de aprendizagem da matemática. Freitas e Sinclair (2014) têm alertado que as novas mídias (iPad, Tablet, dentre outras) implicam novas modalidades sensoriais e novas configurações de uso do corpo na interação com conceitos matemáticos, nas quais o tocar ou gesticular está emergindo na literatura sobre a corporificação na educação matemática.

Essas constatações nos levam a assumir o corpo como parte de um ecossistema no mundo real, como coadjuvante do mundo virtual, como parte do mundo físico e como fonte de evidência do aprender e do comunicar processos inconscientes (Gerofsky, 2014). Com isso, adotamos o posicionamento de um corpo que integra nosso pensamento, nossos sentimentos e nosso agir (Damásio, 2004), a partir de uma relação inseparável entre cérebro e corpo, constituindo um organismo vivo que traduz o que se entende por mente humana (Damásio, 2012).

Portanto, este artigo apresenta análises de movimentos epistêmicos realizados por estudantes no processo de resolução de problemas de estruturas multiplicativas³, revelados por meio de gestos e toques em tela. De natureza qualitativa, em uma abordagem interpretativa, os dados foram produzidos com quatro estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal de Educação Básica de Tempo Integral (EMEBTI) do município de Vargem Alta –ES, no contexto de uma pesquisa de Doutorado Profissional em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). O processo de interpretação dos movimentos epistêmicos, revelados por meio de gestos e toques em

³ O estudo das Estruturas Multiplicativas mostra que há diferentes tipos de multiplicação ou divisão, ou melhor, várias classes de problemas cuja solução pede uma multiplicação ou uma divisão (Vergnaud, 2014).

tela no desenvolvimento da história "O Aniversário Maternal da Laura", ocorreu por meio da Representação Esquemática Multimodal de Análise de Dados (REMAD), que se constitui como um esquema de reconstrução das interações sociais realizadas entre os estudantes e o pesquisador enquanto resolviam os problemas matemáticos propostos pela narrativa.

As análises que apresentamos buscam sustentar que o estudo de gestos e toques em tela no processo de aprendizagem da matemática nos possibilita entender como os estudantes mobilizam seus corpos para expressar e produzir conhecimento, e que as diferentes formas de interação social, sejam elas entre sujeito-sujeito ou sujeito-dispositivo, podem provocar novas reflexões sobre como o corpo interage com seus pares e com a tecnologia no processo de aprendizagem da matemática.

Gestos e toques em tela nas interações sociais

Nossas experiências no mundo físico são corporais e se constituem em um mecanismo de aferição e compreensão dos fenômenos sociais. Dessa maneira, "quando vemos, ouvimos, tocamos, saboreamos ou cheiramos, o corpo e o cérebro participam da interação com o meio ambiente [...]" (Damásio, 2012, p. 201), confirmando nosso entendimento de que a produção de conhecimento não é exclusiva das capacidades neurais de nossos cérebros, mas da natureza de nossos corpos e das experiências por eles vivenciadas, ressaltando que as comunicações mútuas entre cérebro e corpo são alicerces na criação de representações e de movimentos na descrição de uma situação (Damásio, 2012). Defender essa linha de ação é condição fundamental para que entendamos que os comportamentos individuais e coletivos se manifestam por meio de diferentes modos de comunicar, conhecer e se relacionar, mostrando que "[...] nossos corpos executam uma surpreendente variedade de ações" (Tversky, 2019, p. 19, tradução nossa).

Quando adentramos no campo da aprendizagem matemática, encontramos interações sociais diversas que revelam ações humanas em busca de compreensões conceituais ou procedimentais mais precisas, sendo estas produzidas ou veiculadas por meio das movimentações do corpo. Embora saibamos que muitos processos cognitivos estão vinculados a ações mentais, temos defendido que o cérebro e o corpo não estão em patamares diferentes na interação com o ambiente, nem mesmo o primeiro é apenas "[...] fonte de abstrações que transmite conhecimento para o corpo, receptor passivo e mero executor físico" (Boaler *et al.*, 2016, p. 7, tradução nossa). Em outras palavras, o corpo não é um reproduzidor de comandos do cérebro, mas participa de um conjunto estrutural e funcional regulador.

A partir disso, voltando-nos ao contexto educacional, nossa intenção é olhar cuidadosamente para o corpo como característica fundamental no processo de aprendizagem (Boaler *et al.*, 2016; Berteletti; Booth, 2015). A matemática escolar necessita romper paradigmas de que suas práticas pedagógicas devem valorizar, exclusivamente, apenas o estudo de axiomas e teoremas, pressupondo uma aprendizagem em nível de abstração, e caminhar, de forma mais consciente, para a inclusão do papel do corpo nas interações que são estabelecidas na prática educativa. Dar importância ao corpo é prezar pela sua eficiência na construção de diferentes representações, pois "quando os alunos aprendem por meio de abordagens visuais, eles passam a ter acesso a compreensões novas e profundas [...]" (Boaler *et al.*, 2016, p. 2, tradução nossa), gerando distintas aprendizagens matemáticas, com novas formas de pensar e de agir.

Ao adentrarmos nesse campo de estudo, defendemos a relevância das vias visuais na aprendizagem, no âmbito de uma área de conhecimento chamada "Cognição Corporificada", ou "Embodied Cognition", a qual tem ganhado destaque em pesquisas que articulam Educação Matemática e Neurociência. Esses esforços têm contribuído para o avanço de nossas práticas pedagógicas, nos possibilitando construir "[...] uma compreensão mais elaborada das formas pelas quais nosso cérebro trabalha quando estudamos matemática" (Boaler *et al.*, 2016, p. 3, tradução nossa). Edwards (2011) afirma que a corporificação pressupõe que conceitos e procedimentos matemáticos, aprendidos pelas crianças com materiais manipuláveis, teriam uma significação diferente daquela obtida quando são apenas aprendidos por meio de símbolos e representações bidimensionais.

Especialmente no campo dos gestos como expressão do "corpo que fala", Robutti, Edwards e Ferrara (2012) afirmam que voltar olhares para os gestos é um caminho que pode contribuir para entendermos a continuidade dos processos de pensamento, examinando não somente o tipo de gesto presente no contexto da interação, como em uma espécie de taxonomia, mas buscando compreender o seu poder semiótico na produção de conhecimento. Vale mencionar que "gestos são não convencionalizados, mas são movimentos idiossincráticos e espontâneos" (Krause, 2016, p. 57, tradução nossa), e isso nos leva a considerar que eles podem assumir a função representacional de nossas ações (Tran; Smith; Buschkuehl, 2017) ou a função comunicativa (Arzarello *et al.*, 2009).

No processo dinâmico e participativo no qual deve ser pautado o ensino e a aprendizagem, as interações sujeito-dispositivo são fundamentalmente importantes na promoção do conhecimento, pois, ao interagir com a tela (ao tocar na tela), ideias matemáticas são produzidas a partir das reações que se inter-relacionam. De acordo com Bairral (2017, p. 100), "quando toco na tela, interajo com ela. Portanto, se ocorre reação, há interação homem-dispositivo". Ainda de acordo com Bairral (2014), os toques em tela são ações humanas, corporificadas, culturais e multimodais que revelam o pensamento dos estudantes enquanto realizam tarefas matemáticas. Por intermédio delas, novas configurações cognitivas podem ser acessadas no decorrer das atividades de manipulação.

Seja tocando na tela ou gesticulando na interação social, quando os estudantes interagem com tarefas matemáticas ou com seus pares, independentemente do ambiente de aprendizagem, conhecimentos são construídos, externados ou utilizados por meio de ações que descrevem operacionalmente os processos de abstração. De acordo com Hershkowitz, Schwarz e Dreyfus (2001, p. 203, tradução nossa), essas ações são chamadas de ações epistêmicas e "[...] são ações mentais por meio das quais o conhecimento é utilizado ou construído", destacando, ainda, que cenários com ricas interações sociais são excelentes para a observação de ações epistêmicas.

Considerando que uma ação epistêmica emerge ou é revelada por meio de gestos ou toques em tela, Freitas e Bairral (2023) definem movimentos epistêmicos como aqueles que, muitas vezes, são acompanhados de expressões verbais, participam da reorganização do conhecimento dos estudantes e têm por função ilustrar ou esclarecer, para o próprio executor, os objetos matemáticos e suas propriedades, em vez de simplesmente comunicar alguma informação. Essa ampliação, em termos conceituais, constitui um importante caminho na busca pela valorização dos gestos e dos toques em tela como modalidades capazes de revelar o pensamento. Essas formas de registro gestual evidenciam os "[...] movimentos epistêmicos como processos que engendram o objeto matemático em estudo, seja na

interação sujeito–dispositivo digital, seja na interação sujeito–sujeito [...]” (Freitas; Bairral, 2023, p. 19).

Sendo assim, direcionar nossa atenção para os movimentos epistêmicos é defender que nossas ações mentais podem ser externadas, buscando compreender o que os movimentos revelam ou produzem no processo de aprendizagem. Assim como Krause (2016), defendemos uma perspectiva investigativa sobre as funções representacional (maneiras pelas quais os gestos ou toques em tela podem representar entidades matemáticas) e epistêmica (formas características pelas quais os gestos ou toques em tela ajudam a agir epistemicamente), compreendendo essas modalidades como geradoras de conhecimento.

Aspectos metodológicos da produção dos dados

Desenvolvida a partir de pressupostos metodológicos da Resolução de Problemas, em conexão com elementos didáticos relacionados à utilização de dispositivos móveis do tipo tablet, valorizando, também, traços comunicacionais em sua produção, a história “O Aniversário Matemaluco da Laura” (Figura 1) apresenta uma narrativa centrada em um contexto de aniversário da personagem Laura, no qual os personagens são responsáveis por organizar a festa, comprando doces, salgados e sucos. Durante a história, os estudantes são convidados a vivenciar situações matemáticas envolvendo o conceito de multiplicação como adição de parcelas iguais, seja na resolução ou na formulação de problemas.

Figura 1 - História "O Aniversário Matemaluco da Laura"

HISTÓRIA 02: O ANIVERSÁRIO MATEMALUCO DA LAURA

No Livro do Estudante, páginas 12 e 13.

6.2

Olá, amiguinhos! Hoje, dia 05 de maio, é aniversário da Laura e gostaria de contar com vocês para os preparativos da festa de seus 8 anos. Como ela é apaixonada por matemática, pensei em fazer uma festa temática. Vamos lá!

Para organizar a festa, utilizaremos o Tablet Mágico que nos ajudará a planejar e a registrar as nossas ideias matemáticas.

Primeiro, faremos um **balão** da mesa e do painel da festa. Use os recursos de "Desenhar" do Tablet Mágico. Já fiz este esboço. Faça o seu também!

Agora, criemos a lista de convidados e de comidas e bebidas.

Escreva seu nome e de mais três convidados que você levaria para a festa.

Os docinhos tem o formato de cubinhos; o bolo é um cubo e as caixas de suco, barras. Coloque sobre a mesa desenhada no Tablet Mágico, o bolo!

Para que todos possam saborear a mesma quantidade de docinhos, encomendaremos o total de três dezenas. Utilize o Tablet Mágico para investigar a multiplicação que realizamos para chegar nesse total. Depois, anote os docinhos sobre a mesa desenhada no Tablet, agrupando-os em pratinhos para cada convidado.

Após investigar esse problema dos docinhos, complete os espaços abaixo:

Há quantos pratos na mesa? ____ pratos.

Há quantos docinhos em cada prato? ____ docinhos.

Há quantos docinhos no total? ____ docinhos.

Preencha os espaços abaixo com os números adequados:

____ x ____ = ____ + ____ + ____ + ____ + ____ = ____ docinhos.

24

Que aniversário mais Matemaluco!

Vejam que o bolo é feito de docinhos!

Agora, juntando os docinhos que encomendamos, daria para fazer um outro bolo igual ao que compramos? Se não der, quantos docinhos faltam para formar um bolo? Utilize o Tablet Mágico para investigar essa situação.

() Sim () Não

Porém, amiguinhos, não terminamos de organizar a festa! Laura disse que gosta muito de suco! Então, compremos caixas suficientes para que cada convidado beba quatro copos, sendo que cada caixa de suco serve cinco copos.

Val sobrar suco? Se sim, quantos copos?

Escreva aqui:

____ x ____ = ____ + ____ + ____ + ____ + ____ = ____ docinhos

____ x ____ = ____ + ____ + ____ + ____ + ____ = ____ docinhos

Represente duas multiplicações para o total de docinhos que forma um bolo.

____ x ____ = ____ + ____ + ____ + ____ + ____ = ____ docinhos

____ x ____ = ____ + ____ + ____ + ____ + ____ = ____ docinhos

Chega a hora de ligar para Laura!

Alô, Eduardo!

Olá, Laura! Hoje é seu aniversário e preparamos uma festa linda para você! Será na minha casa. O endereço, você já sabe: Rua das Alegrias, nº 25, Bairro da Felicidade. Venha logo!

Sim, Dudu! Já estou chegando, pois moro no mesmo bairro que você, mas na Rua dos Saberes, nº 14.

Certo, que festa linda! Mas, onde estão os salgadinhos?

Ops, Laura! Esquecemos dos salgadinhos! Podemos pedir por telefone e resolver essa situação.

Amiguinhos, vou precisar da ajuda de vocês para providenciar esses salgadinhos. O problema é que a lanchonete que conheço é maluca: ela só aceita pedidos de última hora se o fizermos como um problema de multiplicação cujo resultado seja a quantidade de salgadinhos que eles devem fazer.

Utilize o Tablet Mágico para propor esse problema e registre-o aqui!

____ x ____ = ____ + ____ + ____ + ____ + ____ = ____ salgadinhos

Agora a festa está completa, pois amo salgadinhos!

Vamos tirar uma foto e cantar parabéns, pessoal!

Vamos!!

Desenhe neste quadro a foto tirada com Laura, Eduardo e seus convidados.

25

Fonte: Altoé e Freitas (2024, p. 24-25)

No envolvimento com a história, cada estudante utilizou o aplicativo Multibase 5.0F, instalado em um tablet, recurso necessário no processo de resolução das situações matemáticas relacionadas à multiplicação, em um espaço de interação sujeito–sujeito e sujeito–dispositivo, desenvolvendo a capacidade autônoma de pensar e expressar ideias. Desenvolvido por Freitas (2004), o Multibase foi inspirado no Material Dourado, idealizado por Maria Montessori no início do século XX, e tem se mostrado eficiente na construção de formas de pensar e fazer matemática, quando utilizado por crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Trata-se de um material virtual que possibilita, por meio da manipulação de suas peças em um ambiente digital, o desenvolvimento de atividades ou processos que podem facilitar o ensino e a aprendizagem de conceitos relativos a números, bases numéricas e operações matemáticas (Freitas, 2019).

A produção dos dados foi realizada com 23 estudantes, mas a densidade dos dados contemplou apenas as produções de quatro desses estudantes (duas duplas), devidamente selecionados por meio de um formulário e de uma atividade diagnóstica, com base nos seguintes critérios de análise (CA): i) Interação na dupla (CA1); ii) Demonstração de interesse e entusiasmo (CA2); e iii) Assiduidade do estudante nas aulas de matemática (CA3). As duplas selecionadas foram aquelas que obtiveram a maior pontuação final, na classificação decrescente, conforme o Quadro 1.

Quadro 1 - Codificação das duplas selecionadas

Codificação da dupla	Participantes	Pontuação final
D-B(E03-10/E04-09)	E03-10 ⁴	18 pontos
	E04-09	
D-G(E13-09/E14-09)	E13-09	17 pontos
	E14-09	

Fonte: Elaborado pelos Autores.

Procedemos à seleção de uma amostra reduzida, fundamentada na própria complexidade dos modos pelos quais os dados, nesse tipo de pesquisa, são coletados e analisados, considerando que: 1) o discurso é uma modalidade importante em nossas análises interpretativas, uma vez que estamos considerando gestos e toques em tela que acompanham ou não a fala, requerendo que a produção dos dados ocorra em um ambiente com a menor quantidade possível de ruídos; 2) a análise de gestos ou toques em tela é um processo detalhista e rigoroso, de modo que uma grande quantidade de dados demandaria um esforço excessivo nas interpretações; e 3) a produção de uma grande quantidade de dados dependeria de uma diversidade de equipamentos, que, no momento, estavam indisponíveis e são custosos.

O registro dos dados produzidos ocorreu por meio de três perspectivas de gravação: 1) superior (gravação de cima para baixo, abarcando o espaço de registro sobre a mesa do estudante); 2) frontal (gravação de frente, abarcando o espaço gestual dos estudantes para expressar ideias); e 3) tela (gravação da tela do tablet a partir do aplicativo AZ Screen Recorder. Além desse recurso, a utilização dos registros escritos dos estudantes e do pesquisador, este

⁴ Optamos por identificar cada estudante pela vogal "E", acrescida de numeração indo-arábica crescente (01, 02, 03, 04, ...) e da respectiva idade do participante. Portanto, o estudante "E03-10" é o terceiro registrado na classificação crescente, tendo, por sua vez, 10 anos de idade.

último a partir da observação participante, foi importante para aprofundar e interpretar os dados produzidos.

Detalhamento da análise dos dados

De natureza qualitativa, em uma abordagem interpretativa, estamos interessados na produção de significados duradouros, em que as interpretações propostas sejam compreendidas independentemente da subjetividade do leitor (Jungwirth, 2003). Nessa perspectiva, o primeiro passo é selecionar o trecho de análise a partir do qual iniciar a interpretação extensiva, ou seja, reconstruir o discurso no sistema de linguagem, incluindo a dimensão pragmática (Jungwirth, 2003), a partir de multimodalidades. Em nossa pesquisa, elencamos gestos e toques em tela, inscrições (registros) e discurso (fala) como elementos do sistema de linguagem.

Por se tratar de uma investigação que direciona olhares para os gestos como relevantes e constituintes dos modos de pensar, Dreyfus *et al.* (2014, p. 129, tradução nossa) afirmam que “[...] quando o objetivo é analisar os gestos, apenas trechos com gestos são relevantes”. O principal critério para a escolha desses trechos é o potencial dos gestos ou dos toques em tela para o surgimento de novas construções, pois estamos interessados no papel que eles desempenham no processo de construção do conhecimento (Dreyfus *et al.*, 2014).

Quando consideramos uma abordagem multimodal na investigação de ações epistêmicas, estamos oportunizando espaço para que os gestos ou os toques em tela mostrem, também, como eles “[...] contribuem para o estabelecimento da representação não verbal de objetos matemáticos e, dessa forma, configuram uma representação visual na interação social” (Krause, 2016, p. 78, tradução nossa). Assim, identificar essas contribuições e ações dos gestos e toques em tela requer modos de decodificar, descrever, visualizar, sincronizar e representar as modalidades que servirão na interpretação das interações sociais. A partir de uma adaptação do modelo utilizado por Krause (2016) e de releituras de Bikner-Ahsbahs (2006), apresentamos três ações epistêmicas importantes a serem observadas quando os estudantes pensam e agem em tarefas matemáticas, conforme o Quadro 2.

Quadro 2 - Ações Epistêmicas

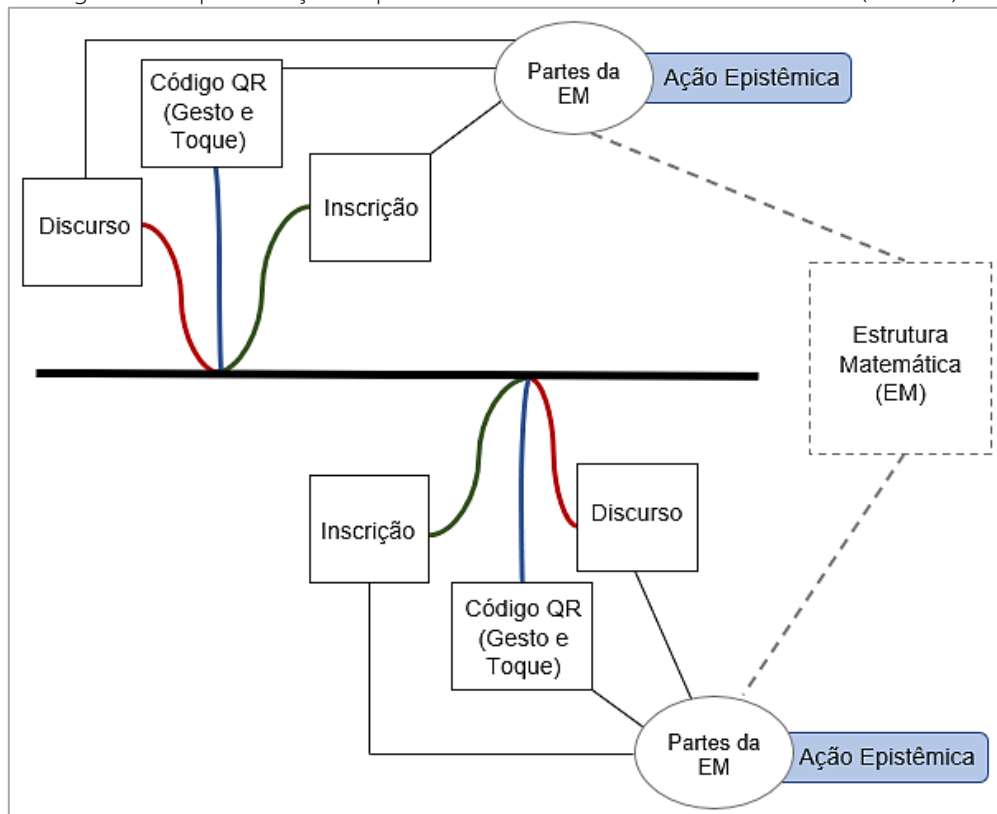
Coletar	Ação observada quando o estudante consegue identificar possibilidades e organizar entidades matemáticas que podem ser úteis para atender a uma necessidade.
Conectar	Ação observada quando o estudante consegue identificar relações entre entidades matemáticas e estabelecer vínculos entre elas.
Reconhecer Estruturas	Ação observada quando o estudante reconhece generalidades e padrões, construindo novas entidades matemáticas ou mesmo reconstruindo-as em novos contextos.

Fonte: Elaborado pelos Autores.

Essa microanálise, complexa por natureza, requer uma organização e uma dinâmica de interpretação que elucidem os gestos e os toques em tela realizados na interação, as inscrições (registros) que os estudantes fazem enquanto realizam as tarefas matemáticas e os discursos (falas) proferidos na comunicação, quando houver, que se conectam e influenciam a compreensão dos conceitos, das tarefas e dos modos de pensar matematicamente. Assim, pensando em uma dinâmica que possa decodificar, descrever, visualizar, sincronizar e

representar essas diferentes modalidades, Krause (2016) propõe uma abordagem analítica para a análise dos quadros em que os gestos ou os toques em tela ocorrem na interação, considerando as conexões entre gesto, inscrição (registro) e discurso (fala), o que permite uma reconstrução mais detalhada da comunicação e a análise do processo epistêmico. A partir da releitura e adaptação da Representação Esquemática Multimodal de Análise de Dados (REMAD), de Krause (2016), propomos, na Figura 2, o nosso modelo de análise reconstrutiva da interação social.

Figura 2 - Representação Esquemática Multimodal de Análise de Dados (REMAD)



Fonte: Elaborado pelo Autores.

De acordo com Krause (2016, p. 78, tradução nossa), esse modelo de análise é "[...] concebido como um modelo mental que pode ser explicado para obter uma compreensão mais aprofundada da interação social que constitui o processo epistêmico [...]". Ele evidencia que as ações não são mais formadas apenas por expressões verbais, mas por outras modalidades (em azul, os gestos; em verde, as inscrições; em vermelho, o discurso) que agregam formas de pensar. Nesse modelo, cada discurso é seguido de uma reação, que pode ou não acontecer na interação social e que está conectada com as demais modalidades. Nesse processo, Krause (2016) afirma que o objeto imediato (retângulo pontilhado cinza) não é formado apenas pelo enunciado verbal, mas se relaciona com os gestos, os toques em tela e os registros, formando-se, também, a partir de outros objetos imediatos (elipse cinza). Em nossa pesquisa, o objeto imediato é considerado a Estrutura Matemática (EM), que se forma a partir de partes de outras estruturas matemáticas. De acordo com a autora, essa abordagem permite compreender como os gestos e toques em tela participam da formação dessas estruturas, sendo estas formadas e constituídas por diferentes modalidades.

Para uma melhor compreensão dos gestos realizados, respeitando o critério do dinamismo e da sincronia com a fala, propomos, na representação esquemática adaptada de Krause (2016), a inserção de Códigos QR, que hospedam os vídeos e áudios (estes últimos, quando houver) relativos ao trecho gestual e de toque em tela em análise.

Portanto, nossa análise de casos relevantes é movida por gestos ou toques em tela, cuja interpretação está voltada para a identificação das ações epistêmicas dos modos de pensar em situações matemáticas, revelando, também, sua participação na formação de estruturas matemáticas.

O que os gestos e toques em tela revelaram?

A aplicação da história “O Aniversário Matemaluco da Laura” desvelou quadros potencialmente reveladores da participação de movimentos epistêmicos no processo de aprendizagem da multiplicação, extraídos de um total de gravações que durou 7h 21min 42s, sendo 48min 12s (gravação frontal), 3h 13min 56s (gravação superior) e 3h 19min 34s (gravação de tela). Uma vez que a Representação Esquemática Multimodal de Análise de Dados (REMAD) é uma reconstrução da interação social de um determinado quadro, a sua leitura deve ocorrer da esquerda para a direita, seguindo o fluxo dos discursos apresentados. A simbologia “P” indica o discurso do pesquisador na interação social. O Quadro 3 apresenta os trechos selecionados das gravações, considerando movimentos epistêmicos significativos no processo de resolução das situações matemáticas propostas na história.

Quadro 3 - Trechos de Análise da História 2

Trecho	Tempo			Gravação	Participante	Movimento
	Inicial	Final	Total			
TH2 - A	10min57s	11min37s	40s	Superior	(E13-09)	Gesto e Toque
	11min43s	12min21s	38s	Superior	(E03-10)	Gesto e Toque
TH2 - B	14min34s	14min50s	16s	Superior	(E04-09)	Gesto
TH2 - C	21min41s	21min45s	4s	Frontal	(E13-09)	Gesto

Fonte: Elaborado pelos Autores.

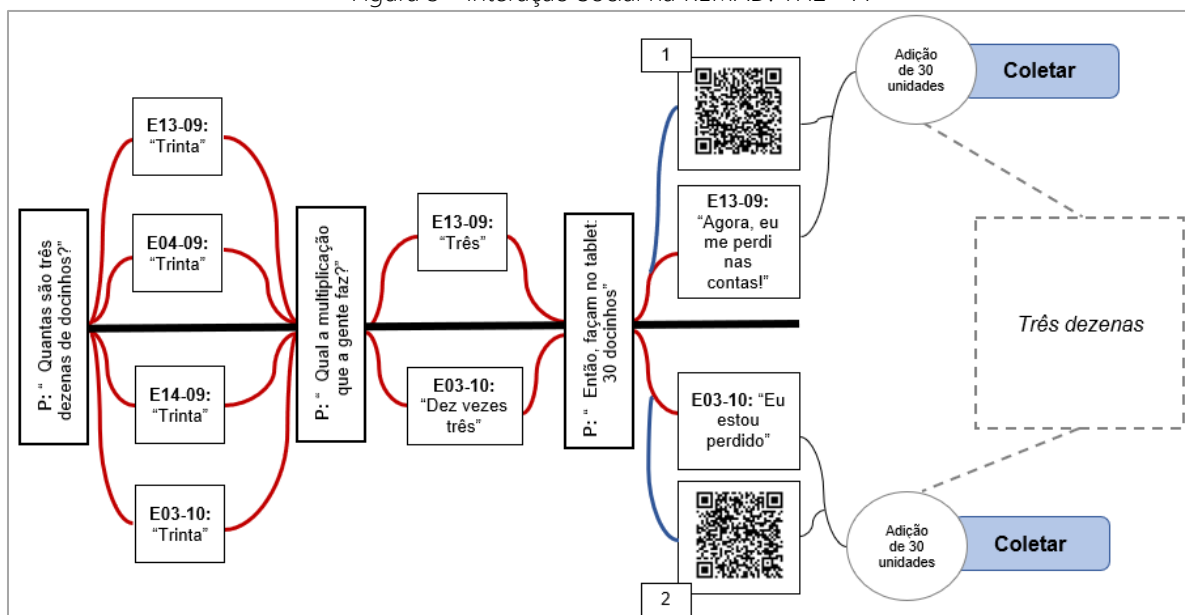
Iniciamos as análises da História 2 com a “REMAD: TH2 – A” (Figura 3), apresentada a seguir, que evidencia a utilização de movimentos gestuais e de toques em tela pelos estudantes E13-09 e E03-10, conforme recurso visual disponível por meio da leitura dos códigos QR.

A “REMAD: TH2 – A” tem início com o questionamento do pesquisador: “*Quantas são três dezenas de docinhos?*”, levando os participantes a refletirem sobre a multiplicação que deveriam realizar para obter 30 docinhos (nesse caso, 30 cubinhos). Nessa ótica, o estudante E13-09 respondeu que a quantidade deveria ser multiplicada por três, enquanto E03-10 afirmou que a resposta correta seria 10×3 . Em seguida, o pesquisador solicitou que todos os estudantes colocassem 30 docinhos na tela do Multibase 5.0F.

Durante o processo de arrastar os cubinhos para a tela, de modo a formar três dezenas de docinhos, E13-09 e E03-10 utilizaram o “dedo polegar da mão direita” e o “dedo indicador da mão direita”, respectivamente, para arrastar e *coletar* os cubinhos (cada cubinho corresponde a uma unidade), com o objetivo de satisfazer a necessidade de formar 30

unidades de docinhos, como observado nos Códigos QR 1 e 2. Segundo Krause (2016), a fase de *coletar* é um processo de identificação de possibilidades e de organização de entidades matemáticas que podem ser úteis para atender a uma necessidade. Em seguida, durante a coleta, E13-09 e E03-10 afirmaram ter perdido a contagem dos cubinhos, necessitando recorrer à utilização do "dedo polegar da mão direita" e do "dedo indicador da mão direita", respectivamente, para realizar a contagem das peças que já estavam na tela do tablet. Nessa perspectiva, é evidente que essas gesticulações não apenas auxiliaram o processo de pensamento, mas também serviram para consolidar as informações na relação com o problema (Tversky, 2019). Essas reflexões nos mostram que é possível considerar, nessa ocasião, a movimentação do "dedo polegar da mão direita" e do "dedo indicador da mão direita" como um movimento de *coletar*, uma vez que a ação final é a determinação da quantidade de 30 cubinhos, ou seja, ao conferirem as quantidades presentes na tela, utilizaram essa gesticulação para *coletar* ou verificar, por meio da contagem, corretamente as quantidades necessárias.

Figura 3 - Interação Social na REMAD: TH2 - A



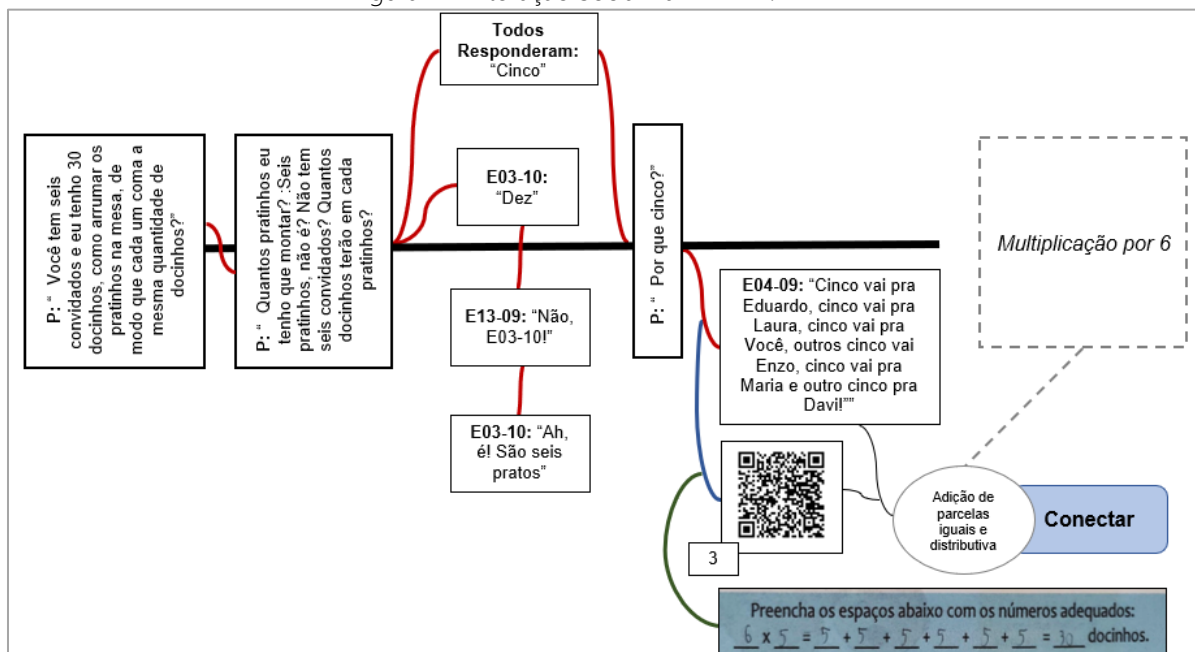
Fonte: Elaborado pelos Autores.

Seguindo com nossas análises, interpretamos a interação social da "REMAD: TH2 - B", apresentada na Figura 4, que evidencia a participação do estudante E04-09 na resolução do problema de distribuição de 30 docinhos para seis convidados, nos quais os docinhos eram representados por cubinhos. O estudante utilizou um movimento gestual para veicular sua explicação, conforme recurso audiovisual disponível no Código QR 3.

O movimento gestual que identificamos na "REMAD: TH2 - B" é fruto de uma interação social que teve início a partir do questionamento lançado pelo pesquisador: "Você tem seis convidados e eu tenho 30 docinhos, como arrumar os pratinhos na mesa, de modo que cada um coma a mesma quantidade de docinhos?". Na ausência de uma resposta, o pesquisador procedeu a algumas afirmações e a uma nova pergunta, obtendo retornos positivos e negativos a respeito da solução do problema. A partir do momento em que todos os participantes responderam que o resultado correto era cinco docinhos, buscamos

compreender os motivos dessa afirmação e obtivemos a explicação do estudante E04-09, conforme o diálogo apresentado. Nesse momento, E04-09 utilizou movimentos gestuais com os "dedos da mão esquerda", levantando-os cada vez que contava cinco docinhos, como mecanismo representacional de suas ideias.

Figura 4 - Interação Social na REMAD: TH2 - B



Fonte: Elaborado pelos Autores.

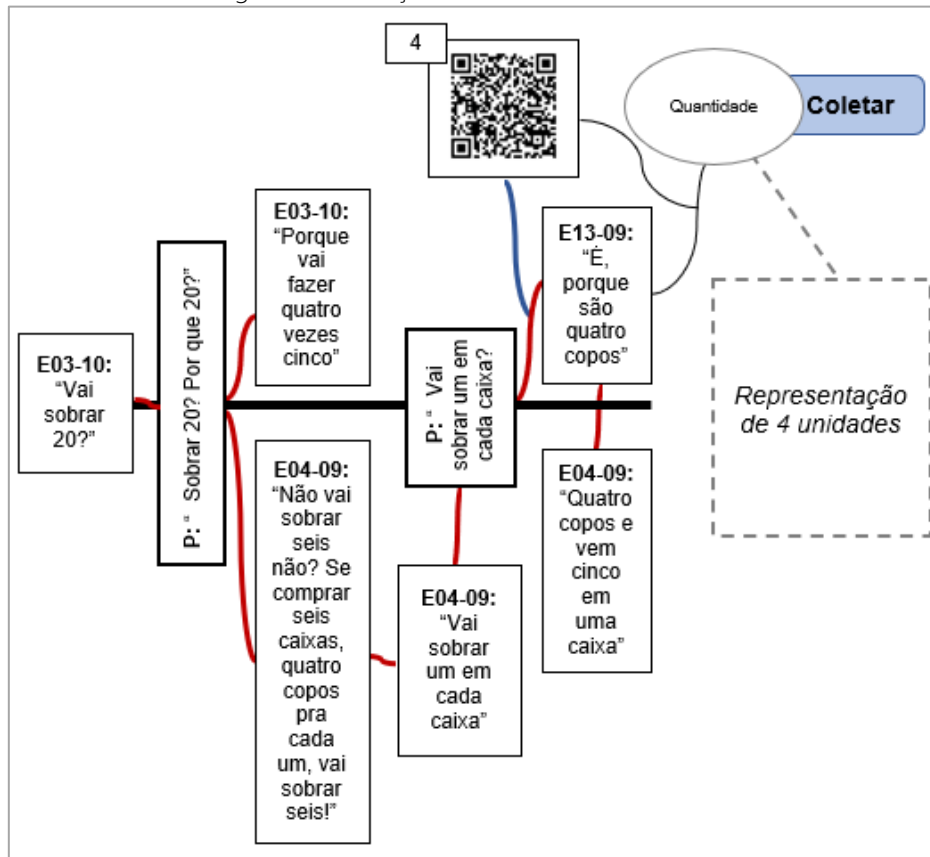
Esse movimento epistêmico possibilitou observar, como afirmam Freitas e Bairral (2023), o pensamento do estudante, mostrando que a participação do corpo é um caminho para tornar observáveis formas de pensar e agir, antes apenas existentes no mundo das ideias e no campo da abstração. Com esse gesto, E04-09 movimentou os dedos para *conectar* dois conjuntos discretos, que foram "convidados" (representados pelos dedos das mãos) e "docinhos", associando cada convidado a cinco docinhos. Ao fazer isso, levantando seis dedos das mãos, um de cada vez, E04-09 encontrou uma forma de organizar a multiplicação em parcelas iguais, realizando a operação: 6×5 . Além disso, é possível expandir a interpretação gestual desse movimento como representação de uma operação distributiva da multiplicação em relação à adição: $6 \times 5 = (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$, sendo cada unidade a representação de um dedo. Essa análise está coerente com a representação escrita do participante, como apresentado na "REMAD: TH2 – B".

Embora essas análises estejam direcionadas ao estudante E04-09, o registro audiovisual possibilitado pelo Código QR 3 revelou que E13-09 também movimentava os "dedos da mão direita" na tentativa de realizar a mesma contagem feita por E04-09. Segundo Edwards (2011), estudos apontam que os neurônios-espelho são ativados quando pensamos em uma ação e quando a executamos, mas também quando vemos outra pessoa fazendo a mesma coisa, mostrando que eles estão relacionados às regiões sensoriomotoras do cérebro e são inerentemente multimodais, na medida em que respondem a mais de uma modalidade.

Percorrendo a última análise interpretativa dessa história, podemos visualizar o organograma da "REMAD: TH2 – C" (Figura 5), sinalizando a interação entre três participantes no decorrer das discussões sobre a quantidade de caixas de suco que deveriam encomendar

para o aniversário da personagem Laura, sendo que cada convidado beberia quatro copos e cada caixa de suco serviria cinco copos. A leitura do Código QR 4 revela um movimento gestual epistêmico produzido por E13-09 e realizado em consonância com sua fala.

Figura 5 - Interação Social na REMAD: TH2 - C



Fonte: Elaborado pelos Autores.

A partir do discurso de E04-09: "Não vai sobrar seis não? Se comprar seis caixas, quatro copos para cada um, vai sobrar seis!", o estudante E13-09 adentrou as discussões na tentativa de contribuir para a solução do problema dos sucos. Embora o diálogo estivesse correto, representando um pensamento coerente em relação ao problema, ambos não perceberam que os seis copos restantes de suco poderiam servir a mais um convidado, sendo necessário, então, comprar apenas cinco caixas, pois: $5 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$ copos, sendo $25 \text{ copos} - 24 \text{ copos (total de copos para seis convidados)} = 1 \text{ copo restante}$. Durante as reflexões, E13-09 complementou a fala de E04-09, dizendo: "É, porque são quatro copos", e mostrou "quatro dedos da mão direita" para comunicar a quantidade de copos.

Esse movimento epistêmico, segundo Freitas e Bairral (2023), tem por função ilustrar ou esclarecer, para o próprio executor, os objetos matemáticos e suas propriedades. Ademais, Krause (2016, p. 54, tradução nossa) afirma que gestos dessa natureza têm "[...] seu uso voltado para a geração de conhecimento, ou seja, para distinguir objetos, estruturar nossas experiências, organizar a interação, entre outras ações". Dessa maneira, o movimento realizado por E13-09 ilustrou e esclareceu, para todos os envolvidos no diálogo, a quantidade em questão e, mais do que isso, caracterizou-se como uma forma de organizar a interação com E04-09 sobre os fatos em debate. Vemos, então, que levantar "quatro dedos da mão direita" configurou um movimento de *coletar*, pois observamos que essa gesticulação esteve

direcionada a uma determinada entidade matemática (unidades de copos de suco), necessária, naquela ocasião, para consolidar as conclusões levantadas, as quais se repetiram no discurso de E04-09. A defesa da presença dessa ação epistêmica nesse trecho está em consonância com o que afirma Bikner-Ahsbahr (2006), ao denotar que sua função é fornecer as partes do conhecimento sobre as quais a construção de novos conhecimentos pode ocorrer.

Portanto, as análises mostraram que os movimentos gestuais realizados pelos estudantes contribuíram para o processo de produção de conhecimento, consolidando ou ilustrando o pensamento produzido na interação sujeito-sujeito ou sujeito-dispositivo, revelando que o corpo não é um mero executor físico dos comandos do cérebro, mas um elemento fundamental para a aprendizagem.

Considerações finais

As análises que apresentamos mostram que o corpo participa do processo de produção de conhecimento, ora comunicando informações, ora atuando diretamente na construção do conhecimento. Além disso, os movimentos gestuais e os toques em tela constituíram-se como movimentos corporais relevantes na veiculação e interpretação das estratégias matemáticas utilizadas pelos estudantes, fortalecendo o processo de pensamento e tornando observáveis suas ideias.

A partir da visualização dos vídeos hospedados nos Códigos QR, podemos identificar que os gestos e os toques em tela foram fundamentais para que os estudantes pudessem pensar matematicamente sobre as situações de multiplicação, tornando o processo de aprendizagem mais visual e dinâmico, o que elevou o grau de compreensão e favoreceu o aprofundamento das estruturas matemáticas em debate. Em alguns casos, gestos e toques em tela configuraram-se como mecanismos de aferição, uma vez que foram essenciais para reconhecer as relações existentes entre as entidades matemáticas e estabelecer vínculos entre elas.

A partir dessas constatações, podemos afirmar que gestos e toques em tela são capazes de revelar ações epistêmicas, externando "o que fazem e como pensam" os estudantes enquanto resolvem problemas matemáticos. Em especial, identificamos movimentos gestuais e de toques em tela que evidenciaram ações de *coletar* e *conectar*, mostrando que as ações mentais podem ser observadas e que as movimentações das mãos se constituem como uma forma de transparecer e materializar o pensamento na interação social.

Portanto, as discussões que apresentamos indicam que a compreensão do papel do corpo na cognição pode se configurar como um caminho frutífero para as pesquisas em Educação Matemática, sobretudo no que se refere à análise da aprendizagem matemática e à valorização dos movimentos gestuais e de toques em tela como reveladores de como os sujeitos produzem matemática, por meio de ações cognitivas mais elaboradas, manifestadas em movimentos corpóreos.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (FAPES) - Termo de Concessão de Bolsa 074/2022 - EDITAL FAPES Nº 12/2021 - PROCAP 2022.

Referências

- ALTOÉ, R. O.; FREITAS, R. C. de O. *Histórias para Multiplicar e Dividir: ensinando e aprendendo com tablet* - Livro do Professor. 1. ed. Vitória: Edifes Acadêmico, 2024.
- ARZARELLO, F. *et al.* Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, v. 70, p. 97–109, 2009.
- BAIRRAL, M. Educação e matemática em dispositivos móveis: construindo uma agenda de pesquisas educacionais focadas no aprendizado em tablets. In: *Colóquio de Pesquisas em Educação e Mídia*. 4. 2014. Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/269114106_Educacao_e_matematica_em_dispositivos_moveis_construindo_uma_agenda_de_pesquisas_educacionais_focadas_no_aprendizado_em_tablets>. Acesso em: 18 dez. 2024.
- BAIRRAL, M. *Tecnologias móveis, neurocognição e aprendizagem matemática*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2021.
- BAIRRAL, M. A. As manipulações em tela compoem a dimensão corporificada da cognição matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática (JIEEM)*, v. 10, n. 2. p. 99-106, 2017. Disponível em: <<https://jieem.pgscogna.com.br/jieem/article/view/5509>>. Acesso em: 18 dez. 2024.
- BERTELETTI, I., BOOTH, J. R. Perceiving fingers in single-digit arithmetic problems. *Frontiers in Psychology*, v. 6, n. 226, p. 1-10, 2015. Disponível em: <<https://www.frontiersin.org/journals/psychology/articles/10.3389/fpsyg.2015.00226/full>>. Acesso em: 18 dez. 2024.
- BIKNER-AHSBAHS, A. Semiotic sequence analysis - constructing epistemic types empirically. In: NOVOTNÁ *et al.* (Eds). *Proceedings of the 30th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, p. 161-168, Prague: PME, 2006. Disponível em: <<https://www.igpme.org/publications/current-proceedings/>>. Acesso em: 18 dez. 2024.
- BOALER, J. *et al.* Seeing as understanding: the importance of visual mathematics for our brain and learning. *Journal of Applied & Computational Mathematics*, Bruxelas, v. 5, n. 5, p. 1-6, 2016. Disponível em: <https://www.hilarispublisher.com/open-access/seeing-as-understanding-the-importance-of-visual-mathematics-for-our-brain-and-learning-2168-9679-1000325.pdf>. Acesso em: 18 dez. 2024.

DAMÁSIO, A. *O erro de descartes: emoção, razão e o cérebro humano*. Tradução de D. Vicente & G. Segurado. São Paulo, SP: Companhia das Letras, 2012.

DREYFUS, T. *et al.* The Epistemic Role of Gestures: a Case Study on Networking of APC and AiC. In: A. BIKNER-AHSBAHS, A.; PREDIGER, S. (Eds.). *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education*. New York: Springer, [s.n], p. 127-152, 2014

EDWARDS, L. D. Embodied cognitive science and mathematics. In: UBUZ, B. (Ed). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, p. 297-304, Ankara, Turkey: PME, 2011. Disponível em: <<https://www.igpme.org/publications/current-proceedings/>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

FREITAS, E. de; SINCLAIR, N. *Mathematics and the body: material entanglements in the classroom*. Cambridge, GB: Cambridge University Press, 2014.

FREITAS, R. C. de O. *Um ambiente para operações virtuais com o material dourado*. 2004. 189 f. Dissertação (Mestrado em Informática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.

FREITAS, R. C. de O. Imagens, movimentos e dedos das mãos: experiências aritméticas com o aplicativo Multibase em tablets. In: *Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)*, 13. Anais eletrônicos do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Cuiabá: UNEMAT, 2019, [15] p. Disponível em: <<https://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

FREITAS, R. C. O.; BAIRRAL, M. O pensamento matemático mediante gestos e toques em tela no aplicativo Multibase em tablets, *Bolema*, v. 37, n. 75, p. 49-69, 2023. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bolema/a/53JywrVBwd5vFpRK7kXDbbh/>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

GEROFSKY, S. Making sense of the multiple meanings of 'embodied mathematics learning'. In: OESTERLE, S. *et al.* (Eds). *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 3, p. 145-152, Vancouver, Canada: PME, 2014. Disponível em: <<https://www.pmena.org/pmenaproceedings/PMENA%2036%20PME%2038%202014%20Proceedings%20Vol%201.pdf>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

HERSHKOWITZ, R.; SCHWARZ, B. B.; DREYFUS, T. Abstraction in Context: Epistemic Actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 32, n. 2, p. 195-222, 2001. Disponível em: < <https://www.jstor.org/stable/749673>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

JUNGWIRTH, H. Interpretative Forschung in der Mathematikdidaktik– ein Überblick für Irrgäste, Teilzieher und Standvögel. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, v. 35, n. 5, p. 189–200, 2003. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02655743>. Acesso em: 18 dez. 2024.

KRAUSE, C. M. *The Mathematics in our hands*: how gestures contribute to constructing mathematical knowledge. Wiesbaden: Springer Spektrum, 2016.

ROBUTTI, O.; EDWARDS, L. D.; FERRARA, F. Enrica's explanation: multimodality and gesture. In: TSO, T. Y. (Ed.). *Proceedings of the 36st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 4, p. 27-33. Taiwan PME, 2012. Disponível em: <<https://www.igpme.org/publications/current-proceedings/>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

TRAN, C.; SMITH, B.; BUSCHKUEHL, M. Support of mathematical thinking through embodied cognition: nondigital and digital approaches. *Cognitive Research: Principles and Implications*, n. 2, p. 1-18, 2017. Disponível em: <<https://cognitiveresearchjournal.springeropen.com/articles/10.1186/s41235-017-0053-8>>. Acesso em: 18 dez. 2024.

TVERSKY, B. G. *Mind in motion*: how action shapes thought. New York, EUA: Basic Books, 2019.

VERGNAUD, G. *A criança, a matemática e a realidade*: problemas do ensino de matemática na escola elementar. Tradução de M. L. F. Moro. Curitiba, PA: Ed. da UFPR, 2014.